

EFFET DOPPLER

Le but de la séance est, sur le cas des ondes acoustiques, de mettre en œuvre des démarches permettant d'accéder à une mesure de vitesse en exploitant l'effet Doppler.

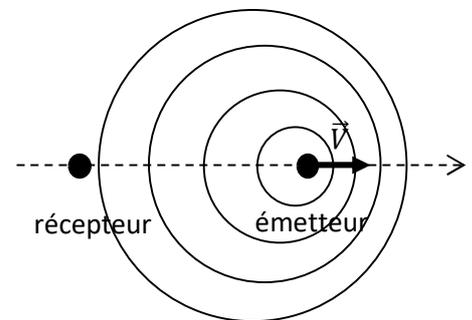
Les radars de contrôle de vitesse des automobiles, la mesure des vitesses des étoiles, exploitent l'effet Doppler sur le cas d'ondes électromagnétiques. Les mesures Doppler, dans le domaine médical, permettent la mesure des vitesses d'écoulement du sang dans les artères. Elles emploient des ondes acoustiques (ultra-sons).

1. Introduction théorique :

Dans tous les cas, le principe reste fondé sur la modification de la fréquence de l'onde perçue par un récepteur, du fait de la vitesse de déplacement de l'émetteur.

Considérons un émetteur fixe, produisant une onde progressive de période T_e et de célérité c . Un récepteur placé à une distance L de la source recevra l'onde avec un retard L/c .

Supposons maintenant que l'émetteur soit en mouvement avec une vitesse de module v , colinéaire à la direction de propagation et orientée dans le sens amenant un éloignement de l'émetteur.



On considère deux instants successifs t_1 et t_2 séparés d'une période T_e correspondant à la période de l'émetteur. L'émetteur émet deux signaux aux instants t_1 et t_2 .

Exprimer les durées de propagation nécessaires pour que chacun de ces signaux atteigne le récepteur en fonction de la distance L séparant émetteur et récepteur à l'instant t_1 , de la vitesse de déplacement v du récepteur par rapport à l'émetteur, de la célérité c de l'onde et de T_e .

En déduire que la période T_r perçue par le récepteur pour cette onde, durée séparant les instants t'_1 et t'_2 de réception des signaux, répond à l'expression :

$$T_r = T_e(1 + v/c).$$

La relation entre la fréquence émise f_e et la fréquence reçue se déduit alors aisément :

$$f_r = \frac{f_e}{1 + \frac{v}{c}}$$

La situation d'un émetteur se rapprochant se justifie selon le même raisonnement et amène cette fois une relation sur la période : $T_r = T_e(1 - v/c)$; soit donc en fréquence :

$$f_r = \frac{f_e}{1 - \frac{v}{c}}$$

Dans les deux cas, et pour un rapport v/c suffisamment faible, une expression approchée par un développement limité au premier ordre donne :

$$f_r = f_e \cdot \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

2. Mesure de la vitesse par battements :

La formule précédente laisse supposer une faible variation de fréquence $\Delta f \approx f_e v/c$ car la vitesse de déplacement v sera très faible par rapport à la célérité de l'onde. (v de l'ordre de $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $c = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$).

Du fait de cette faible valeur, la variation de fréquence est difficile à mesurer précisément. Une méthode de mesure consiste à exploiter le phénomène de battements.

Celui-ci se manifeste quand on additionne deux vibrations de fréquences légèrement différentes f_1 et f_2 . La superposition des deux vibrations équivaut alors à une vibration de fréquence égale à la moyenne des deux précédente, $f_H = (f_1 + f_2)/2$ dont l'amplitude est modulée à une fréquence f_B dite fréquence de battement égale à la différence $f_B = f_1 - f_2$.

Ce phénomène se perçoit notamment dans le domaine acoustique, en faisant par exemple fonctionner ensemble deux diapasons dont l'un est légèrement désaccordé par ajout d'une surcharge sur l'une de ses branches (voir démonstration durant la séance).

Justification théorique :

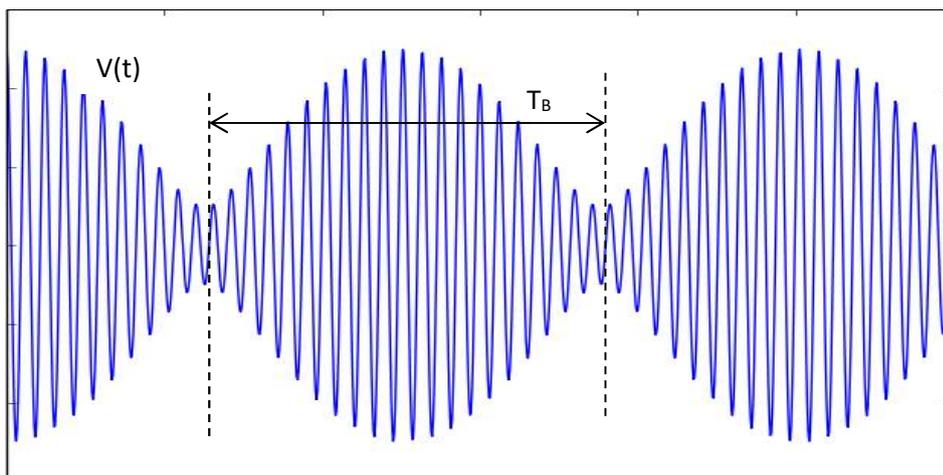
On somme deux signaux de pulsations proches : $V_1(t) = V_{o1} \cdot \cos(\omega t)$ et $V_2(t) = V_{o2} \cdot \cos((\omega + \Delta\omega)t)$

Par la relation trigonométrique : " $\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$ " et avec $V_{o2} > V_{o1}$

On tire : $V_1(t) + V_2(t) = 2V_{o1} \cos\left(\frac{2\omega + \Delta\omega}{2}t\right) \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) + (V_{o2} - V_{o1}) \cos((\omega + \Delta\omega)t)$

Soit finalement, compte tenu de $\Delta\omega \ll \omega$: $V(t) \approx 2V_{o1} \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos(\omega t) + (V_{o2} - V_{o1}) \cos((\omega + \Delta\omega)t)$

Le signal somme, de pulsation quasi égale à ω , a donc une amplitude qui est modulée selon une enveloppe sinusoïdale de période $2\pi/(\Delta\omega/2)$.



La période T_B des battements est moitié plus petite : $T_B = 2\pi/\Delta\omega$.

L'écart de fréquence entre les deux signaux $V_1(t)$ et $V_2(t)$ vaut donc : $\Delta f = 1/T_B$.

On remarquera que l'effet des battements est d'autant plus marqué que les amplitudes des deux signaux additionnés sont proches.

Etude expérimentale :

Disposer sur le banc optique un émetteur à ultrasons ($f_e = 40,0$ kHz) et l'alimenter, ainsi que deux récepteurs. L'émetteur est alimenté en émission continue.

Vérifier le bon fonctionnement du dispositif en conditions statiques, par observation sur l'oscilloscope. Employer notamment les amplificateurs intégrés dans le boîtier d'alimentation pour obtenir des signaux d'amplitude satisfaisante, sans saturation. Les deux signaux observés doivent avoir des amplitudes de valeur proches, ce qui permettra ultérieurement d'obtenir des battements aisément observables lors de la mise en mouvement de l'un des récepteurs.

Les caractéristiques de l'oscilloscope ne permettent pas d'observer le phénomène de battement de façon satisfaisante (On utilisera néanmoins l'oscilloscope pour vérifier le bon fonctionnement du dispositif).

Les deux signaux vont donc être enregistrés par une carte d'acquisition (boîtier SYSAM, logiciel Latis-Pro, voir Annexe en fin de document) puis traités par sommation afin d'observer l'apparition de battements sur le signal somme lors du déplacement d'un des récepteurs.

Mise en garde :

Le choix de la durée d'acquisition sera déterminé par la période du phénomène observé (battements). La période d'échantillonnage (donc le nombre de points d'acquisition sur la durée totale d'acquisition) devra respecter le théorème d'échantillonnage de Shannon : la fréquence d'échantillonnage $f_{éch} = 1/T_{éch}$ doit être (nettement) plus grande que deux fois la fréquence maximale des signaux observés, $f_{éch} = 1/T_{éch} > 2.f_{max}$.

Le non-respect de cette condition amènerait des signaux aberrants.

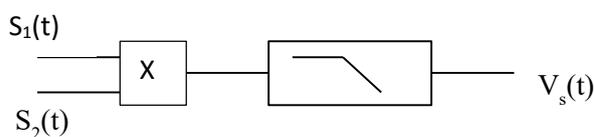
 Faire un choix pertinent des paramètres (calibre des deux voies, durée totale d'acquisition, nombre de points, durée d'échantillonnage) permettant d'atteindre des mesures précises. Un calcul d'ordre de grandeur de la période des battements T_B , sur la base d'une vitesse de l'ordre du mètre par seconde, permet d'orienter votre choix. On précise que $f = 40$ kHz et que la célérité du son est de l'ordre de 344 m.s⁻¹.

Acquérir les deux signaux, en présence d'un déplacement d'un des récepteurs. La vitesse de déplacement imposée manuellement sera de l'ordre du mètre par seconde. Réaliser la sommation des signaux (se reporter à la notice donnée en annexe).

Mesurer la période T_B des battements. En déduire la différence de fréquence entre les deux signaux puis la vitesse v de déplacement du récepteur.

3. Mesure par filtrage :**Principe :**

La chaîne de traitement se résume au schéma :



Où $S_1(t)$ et $S_2(t)$ seront les signaux provenant des deux récepteurs.

Le produit des deux signaux $s(t) = k \cdot s_1(t) \cdot s_2(t)$ se réécrit comme une somme de deux termes de fréquences respectives $(f_1 + f_2)$ et $(f_1 - f_2)$.

En effet : $s(t) = k \cdot s_1(t) \cdot s_2(t) = k \cdot S_{10} \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) \cdot S_{20} \cdot \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$

Se réécrit par trigonométrie en : $s(t) = \frac{k}{2} \cdot S_{10} \cdot S_{20} \cos(2\pi(f_1 + f_2)t + \varphi_1 + \varphi_2) + \cos(2\pi(f_1 - f_2)t + \varphi_1 - \varphi_2)$

D'après la formule : " $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$ "

Un filtrage passe-bas amène à ne conserver en sortie que le signal de basse fréquence.

Réalisation expérimentale :

Matériel :

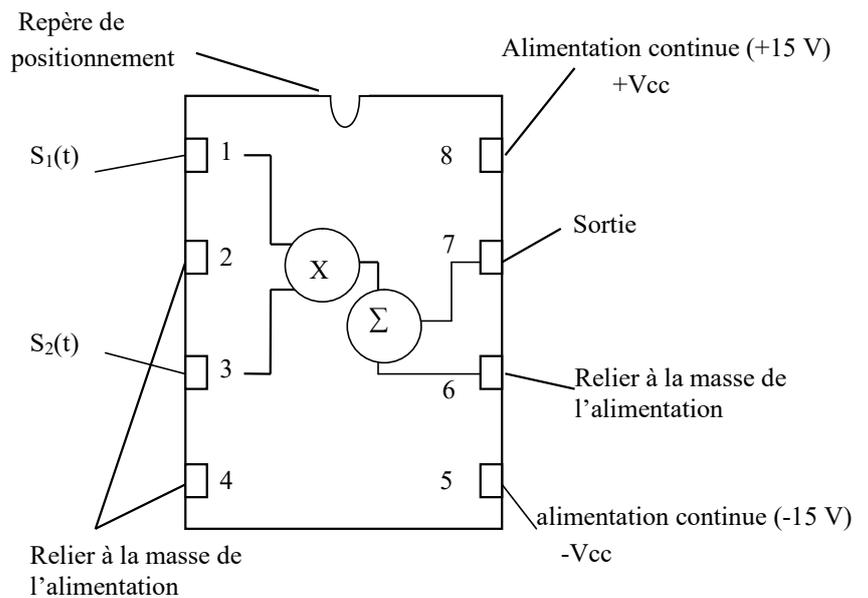
multiplieur AD 633, (voir schéma de connexion)

boitier d'alimentation +15V / -15V

Le multiplieur contenant des composants qui doivent être mis sous tension avant d'appliquer des signaux sur ses entrées.

boîte à décade R

boîte à décade C



Recommandations importantes :

1°/ Toutes les masses seront reliées au point milieu de l'alimentation.

2°/ Les tensions d'alimentation ± 15 V seront appliquées sur le multiplieur **AVANT** et elles seront coupées **APRES** les signaux d'entrée, ceci sous peine de destruction du multiplieur.

L'ALIMENTATION +15V/-15V DOIT ETRE MISE SOUS TENSION AVANT LES AUTRES GENERATEURS ET ELLE DOIT ETRE COUPEE APRES.

☞ Choisir la structure adaptée du filtre RC, ainsi que la valeur des paramètres R et C amenant une fréquence de coupure satisfaisante. (On prendra R au moins égale à 1 kΩ afin d'avoir une impédance d'entrée suffisante pour le filtre). Ce filtre devra permettre de séparer des termes de fréquences respectivement environ égales à 80 kHz et une centaine de Hertz.

Observer le signal de sortie $V_s(t)$ du dispositif de traitement ainsi constitué.

Mesurer sa fréquence Δf et en déduire la vitesse v de déplacement du récepteur mobile.

On souhaite évaluer l'incertitude sur la mesure de v . Justifier la relation donnant l'incertitude relative :

$$u(v)/v = \sqrt{(u(\Delta f)/\Delta f)^2 + (u(c)/c)^2 + (u(f_e)/f_e)^2}$$

Estimer la valeur de l'incertitude-type sur Δf . La valeur de la célérité est déterminée à partir de la formule empirique : $c = 331.5 + 0.607 \times t$; avec la température t en °C entre -20°C et +40°C, valide à 0,2% près. Soit une incertitude-type d'environ 0,7m/s à la température ambiante.

L'incertitude sur la valeur de la fréquence émise f_e 40,0 kHz est négligeable.

Déterminer numériquement l'incertitude-type $u(v)$ sur cette mesure de vitesse.

ANNEXE

Mesure de la vitesse par battements - Notice de paramétrage du système d'acquisition.

Logiciel « Latis-Pro ».

Brancher les points du circuit permettant l'acquisition des signaux voulus sur les entrées EA1 et EA4, et connecter une borne de masse sur le boîtier d'acquisition SYSAM.

(On emploiera les bornes du boîtier d'acquisition les mieux adaptées compte tenu de l'entraxe des bornes des supports de composants).

Paramètres d'acquisition :

Réaliser l'acquisition des deux signaux reçus par les récepteurs, en ayant choisi une durée d'échantillonnage minimale (5 microsecondes) et un nombre de points suffisants pour visualiser le phénomène de battements après traitement.

Le protocole suivant permet d'additionner les deux signaux.

Menu « Traitements » → "Tableur" :

Introduire dans le tableau les signaux acquis sur les entrées EA4 et EA1.

L'ergonomie est fondée sur la manœuvre de glissé (déplacement de la souris, la touche étant maintenue enfoncée).

Cliquer sur l'icône « Liste des courbes » puis sélectionner et glisser dans la boîte les courbes choisies.

Menu « Traitements » → "Feuille de calculs" :

Saisir l'expression $\text{somme} = \text{EA4} + \text{EA1}$

Dans la boîte de dialogue, Menu Calcul → Exécuter (ou raccourci F2)
La courbe « somme » apparaît alors dans la Liste de courbes

Menu "Fenêtres" :

Créer une nouvelle fenêtre et y faire glisser la courbe « somme ».
Si besoin, adapter l'échelle du tracé (Clic droit → calibrage)