


Induction : inductance propre et inductance mutuelle


Le but de la séance est d'introduire par une approche expérimentale la notion d'induction. Des mesures d'inductance propre et d'inductance mutuelle seront conduites en réinvestissant notamment les méthodes expérimentales vues dans des TP d'électrocinétique réalisés précédemment.

Un travail préparatoire, signalé par les logos , est nécessaire : lecture de l'introduction théorique, de l'annexe, mise en équation...

Des applications technologiques récentes permettent d'effectuer la recharge d'objets électroniques portables (smartphone...) ou de voitures électriques sans qu'il y ait nécessité de brancher l'appareil électriquement. Le simple fait de poser l'appareil sur une platine, ou de garer le véhicule au-dessus du dispositif, déclenche la recharge de ses batteries.



Dans un autre domaine, les boucles de détection magnétique, encastrées dans la chaussée, permettent de détecter la présence d'un véhicule, afin d'optimiser la gestion des feux de circulation disposé à un carrefour.

Le fonctionnement de ces systèmes est basé sur le phénomène d'induction. ( voir annexe en fin de document).

1. Introduction théorique.

Le phénomène d'induction s'observe en particulier dans un circuit électrique sollicité par un champ magnétique variable. Ce champ peut être produit par le circuit électrique lui-même : on parle alors d'auto-induction. Il peut aussi résulter d'une interaction entre le circuit considéré et un autre dispositif (qui peut être un second circuit), produisant un champ magnétique variable.

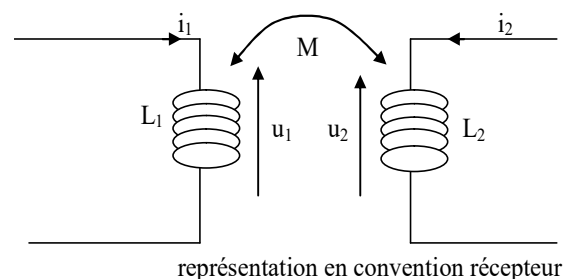
Les situations abordées dans ce TP se ramènent à la schématisation suivante :

Les coefficients d'auto-induction L_1 et L_2 permettent d'expliciter les termes d'induction propre relatifs à chacun des deux bobinages.

L'interaction entre les deux bobinages introduit un terme d'induction mutuelle, de coefficient M .

Les phénomènes inductifs amènent des tensions u_1 et u_2 aux bornes de chaque bobine d'expressions respectives :

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$



$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Remarque : les phénomènes d'induction se manifestent dans des situations plus variées que celles abordées dans ce TP. Les différents cas de figure seront détaillés en cours.

2. Mesures de coefficients d'inductance par résonance.

On dispose de deux bobines, connectables de façon à utiliser tout ou partie de leurs spires, d'un générateur basse fréquence, d'un oscilloscope numérique. Sont aussi fournies deux boîtes à décades de résistances ainsi qu'une boîte à décades de capacités.

Sauf avis contraire (partie 4.), les bobines utilisées seront identiques et connectées avec un même nombre de spires (400, 600, 800 ou 1200 spires). Elles seront connectées pour mettre en jeu un nombre maximal de spires. Les inductances propres L_1 et L_2 seront alors égales : $L_1 = L_2 = L$.

2.1 Inductances propres.


On veut déterminer expérimentalement la valeur d'inductance propre de chacune des bobines, utilisées sans noyau, en exploitant le phénomène de résonance sur un circuit RLC série.

- Dessiner le schéma du montage en indiquant la position des masses de l'oscilloscope et du Générateur Basse Fréquence. Demander la validation par le professeur.

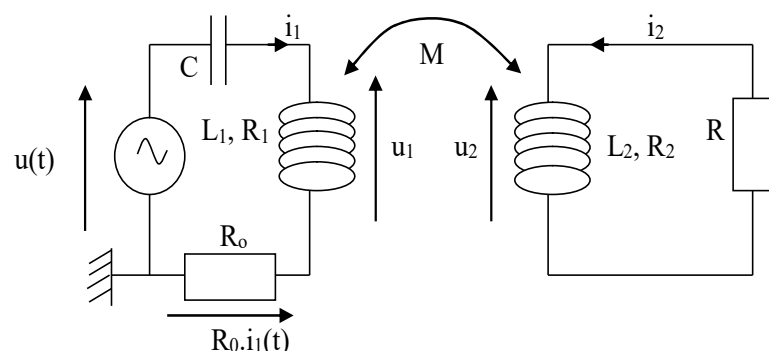
On prendra pour valeur de capacité $C = 200$ nF, ainsi qu'une résistance $R_0 = 50 \Omega$ sur la boîte à décades (La résistance totale R du circuit comprend en outre la résistance du générateur $R_s = 50 \Omega$).

- Déterminer la fréquence de résonance d'intensité, donc de tension sur la résistance et en déduire l'inductance L de la bobine.
- Reprendre ces mesures dans le cas où la bobine est engagée sur le noyau métallique, sans que le circuit magnétique ne soit fermé (U ouvert).
- Reprendre enfin ces mesures en présence d'un circuit magnétique fermé (U fermé par une pièce mobile). On prendra alors $C = 50$ nF.
- Consigner les résultats dans un tableau. Conclure quant à l'effet du noyau.

2.2 Inductance mutuelle.

 Principe du montage :

On observe le courant i_1 dans le circuit primaire par la tension aux bornes de $R_0 = 50 \Omega$.



Les deux bobines sont dotées d'une résistance interne de l'ordre de quelques ohms. La résistance de charge branchée sur le circuit secondaire est $R = 50 \Omega$. Le générateur impose une pulsation $\omega = 2\pi f$ dans les deux circuits. **N.B. : Il n'y a aucune liaison électrique entre les deux circuits, qui ne sont couplés que par induction mutuelle.**

En écrivant les deux lois de maille en notation complexe, établir les relations en grandeurs complexes :

$$u = (R_1 + R_0) \cdot i_1 + jL_1\omega \cdot i_1 + jM\omega \cdot i_2 + \frac{1}{jC\omega} i_1$$

$$i_2 = \frac{-jM\omega}{R_2 + R + jL_2\omega} i_1$$

En supposant que la fréquence est telle que les résistances R_0 , R_1 , R_2 et R soient négligeables devant les impédances des inductances, établir alors :

$$i_1 = \frac{u}{j \left[\left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) \omega - \frac{1}{C\omega} \right]}$$

La fréquence de résonance en courant i_1 au primaire sera :

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{\left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) \cdot C}} \quad \text{dont on tire : } M = \sqrt{L_2 \left(L_1 - \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 \cdot C} \right)} \quad (A)$$

Vers quelle valeur tendrait l'amplitude de l'intensité à la résonance dans le cadre de cette approximation ? Interpréter.

Mesure de la mutuelle :

La détermination de la fréquence de résonance ne pourra ici se faire qu'en considérant le passage de l'amplitude de la tension $u_1(t)$ par une valeur maximale. L'examen de la différence de phase entre $u(t)$ et $u_1(t)$ ne permettra pas la détermination de la résonance.

Attention : l'expression (A) donnant la mutuelle M n'est valide qu'à condition d'avoir des résistances négligeables dans les circuits primaires et secondaires devant l'impédance des bobines, soit : $R_1 + R_0 \ll L_1\omega$ et $R_2 + R \ll L_2\omega$. Ceci sera vérifié pour des fréquences suffisantes. On sera donc amené à modifier la valeur de la capacité C , afin que la fréquence de résonance f_r soit suffisamment élevée.

En exploitant le résultat précédent (A), déterminer le coefficient d'inductance mutuelle M entre les deux bobines dans les diverses situations.

Noyau avec U fermé	Noyau avec U ouvert	Couplage sans noyau*
C = 50 nF	C = 200 nF	C = 200 nF

*Dans ce cas, les deux bobines seront disposées de façon coaxiale, leurs faces étant en contact. La mesure est plus délicate car les signaux sont de faible intensité.

N.B. : Les valeurs proposées pour C ne sont qu'indicatives, car la valeur optimale dépend des caractéristiques des bobines. Ne pas hésiter à modifier la valeur de C pour avoir des signaux de meilleure amplitude.

En théorie, dans le cas d'un couplage magnétique total entre les deux circuits, la mutuelle M répond à la relation : $M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$. On définit le coefficient de couplage magnétique par :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

Compiler les résultats dans un tableau, en indiquant la valeur obtenue pour la mutuelle M ainsi que le coefficient de couplage k .

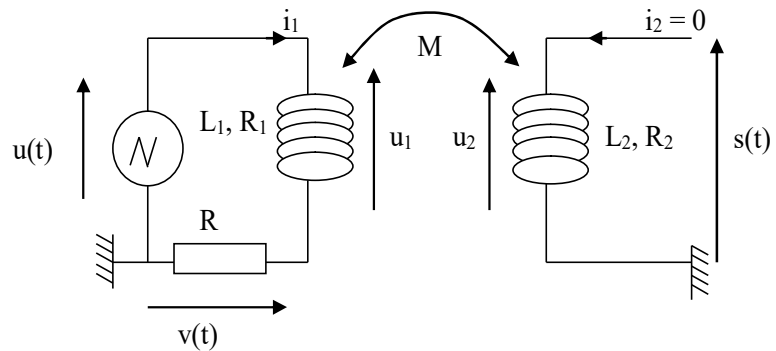
Conclure quant à l'intérêt du noyau, et du rôle qu'il joue dans le phénomène. On précise que la valeur du champ magnétique diminue dans les zones d'espace où les lignes de champ s'écartent les unes des autres (voir illustrations en annexe).

3. Mesure directe du coefficient d'inductance mutuelle.

Principe du montage :

La bobine secondaire (L_2, R_2) étant en circuit ouvert, $i_2 = 0$, donc la tension en sortie du secondaire répond à :

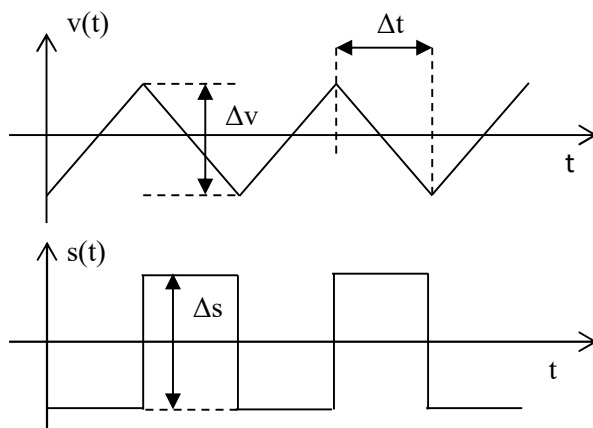
$$s(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}$$



Le générateur $u(t)$ est réglé en **signal triangulaire**. Sa fréquence sera réglée de façon à ce que l'impédance inductive $L_1\omega$ soit négligeable devant la résistance R . R est par ailleurs grande devant la résistance interne R_1 de la bobine primaire. Ainsi la tension $v(t) = R \cdot i_1(t)$ est pratiquement égale à la tension d'alimentation $u(t)$, et conserve alors une forme quasiment triangulaire.

Dans ces conditions, la tension au secondaire $s(t)$ aura théoriquement une forme en créneaux et répond à l'expression :

$$s(t) = -\frac{M}{R} \frac{dv}{dt}$$



$$\left| \frac{dv}{dt} \right| = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

avec : $\Delta t = T/2$ où $T = 1/f$ est la période des signaux.

Montrer que l'on en déduit finalement :

$$M = \frac{R \cdot \Delta s}{4 \cdot f \cdot \Delta v}$$

Mise en oeuvre expérimentale :

En pratique, il n'est pas possible de satisfaire parfaitement les conditions sur la résistance R du circuit primaire et sur la fréquence f des signaux. En effet, la condition $L_1\omega \ll R$ va de pair avec une fréquence faible, mais les effets inductifs ne seront notables qu'à fréquence suffisamment élevée, puisque basés sur la variation du courant dans le circuit primaire.

Mesure du coefficient d'inductance mutuelle.

Les valeurs de R et f doivent être optimisées, de façon à observer la forme attendue pour les signaux $v(t)$ et $s(t)$. Réaliser la mesure de M selon les conditions indiquées.

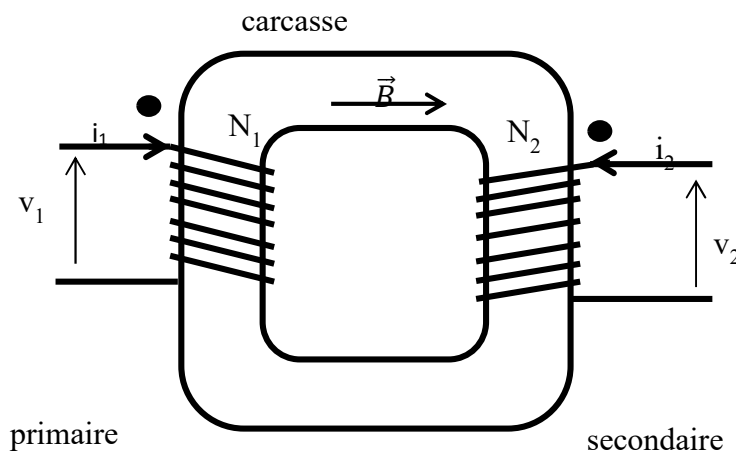
Noyau avec U fermé	Noyau avec U ouvert	Couplage sans noyau*
R = 6,00 k Ω	R = 1,00 k Ω	R = 700 Ω
f = 100 Hz	f = 200 Hz	f = 1,00 kHz

*Dans ce cas, les deux bobines seront disposées de façon coaxiale, leurs faces étant en contact. Mesure délicate car signaux de faible amplitude.

On peut remarquer qualitativement que lorsque l'on éloigne les deux bobines et en l'absence de noyau, l'effet de mutuelle induction diminue rapidement.

4. Une application : le transformateur électrique.

Le couplage magnétique permet la transformation de tensions électrique variables. Dans un modèle très simplifié, on montre que le transformateur idéal réalise un rapport de transformation $m = v_2(t)/v_1(t)$ égal au rapport du nombre de spire du secondaire au primaire : $m = N_2/N_1$.



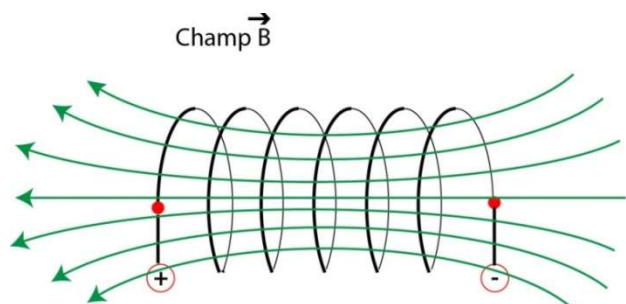
Tester ce fonctionnement sur quelques valeurs de nombre de spires, le secondaire étant en circuit ouvert.

Reprendre ces mesures en présence d'une résistance de charge $R = 100 \Omega$ sur le circuit secondaire. Conclure quant à l'influence de la charge appliquée sur le circuit secondaire.

Annexe : introduction aux phénomènes d'inductions.

La production d'un champ magnétique peut être réalisée au moyen d'un aimant, ou d'un circuit électrique parcouru par un courant.

En pratique, on emploiera fréquemment une bobine, qui par la juxtaposition de ses spires,

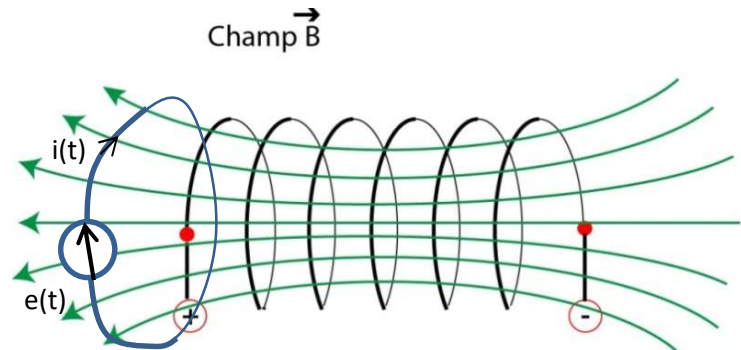


accumulera les effets magnétiques.

Envisageons maintenant un circuit électrique, plongé dans le champ magnétique produit par le dispositif précédent. Les lignes de champ magnétique traversent la surface circonscrite par le circuit, et l'on définit le flux magnétique ϕ comme le produit du champ magnétique par la surface du circuit : $\phi = B.S$.

Cette définition très sommaire doit être adaptée dans des cas où le champ magnétique n'a pas la même valeur en tout point de la surface du circuit, mais elle nous suffira dans un premier temps.

Lorsque le flux magnétique varie dans le temps, il apparaît une différence de potentiel par induction $e(t)$ dans le circuit électrique, qui peut générer un courant électrique induit $i(t)$ dans ce circuit.



La loi de Faraday donne accès à la f.é.m. induite par auto-inductions selon :

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt}$$

où ϕ est le flux magnétique.

La variation du flux magnétique ϕ peut être provoquée par la variation du champ magnétique produit, ou par le déplacement du circuit électrique dans ce champ, voire la déformation de la surface circonscrite par ce circuit.

Ces phénomènes d'induction peuvent concerner l'interaction entre deux circuits : les variations du champ magnétique produit par l'un des circuits provoquant une tension induite dans l'autre. On parlera d'induction mutuelle.

Mais ils peuvent aussi exister par la variation du flux magnétique du champ produit par un circuit à travers lui-même, lorsqu'il est alimenté par un courant variable. On parlera d'auto-induction (self-induction en anglais). L'induction mutuelle entre deux circuits est caractérisée par le coefficient de mutuelle induction M . L'auto-induction est déterminée par le coefficient d'induction propre, ou inductance L . Ces deux quantités s'expriment en Henry (H).

Le champ magnétique produit par un circuit étant proportionnel au courant électrique $i(t)$ qui le parcourt, l'auto-induction va se traduire par un terme de force électromotrice induite d'expression :

$$e(t) = -L \frac{di}{dt}$$

De même, l'induction mutuelle produite par un circuit primaire (1), parcouru par un courant $i_1(t)$ dans un circuit secondaire (2) va amener une f.é.m. induit dans le secondaire d'expression :

$$e_M(t) = -M \frac{di_1}{dt}$$

On peut montrer que le coefficient de mutuelle induction traduisant l'influence d'un circuit (1) sur un circuit (2) a exactement la même valeur de celui traduisant l'influence du circuit (2) sur le circuit (1) : $M_{1-2} = M_{2-1} = M$.