

BILAN THERMIQUE

On se propose de réaliser, sur un modèle expérimental très simple (système du premier ordre), un certain nombre de bilans thermiques relatifs à une habitation, en mesurant ses pertes thermiques, en effectuant le dimensionnement de l'installation de chauffage, et en étudiant l'influence de l'isolation.

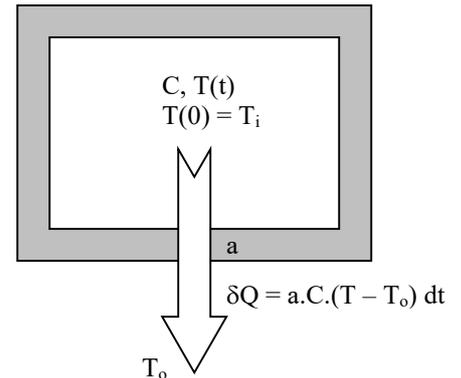
I Evaluation des pertes thermiques**1) Etude théorique**

On considère une habitation de capacité thermique totale C , et dont la température intérieure à l'instant t est notée $T(t)$. Le chauffage ayant été coupé, cette température est susceptible de varier du fait des échanges thermiques avec l'extérieur, principalement à travers les murs, la toiture et les vitrages.

D'après la loi de Newton, ce transfert thermique est proportionnel à l'écart de température entre l'intérieur et l'extérieur, considéré comme un thermostat de température T_o constante, et à l'intervalle de temps dt que dure l'échange :

$$\delta Q = a.C.(T - T_o) dt ;$$

a est une constante caractéristique des « parois » de l'habitation (nature des matériaux, épaisseur, surface).



 En appliquant le premier principe de la Thermodynamique à l'habitation, d'abord pendant l'intervalle de temps dt (attention aux signes), puis en l'intégrant, déterminer la loi $T(t)$ sous la forme :

$$T(t) = T_o + (T_i - T_o). \exp(-at)$$

On considérera qu'à l'instant initial $t = 0$ de la coupure du chauffage, la température intérieure $T_i = T(0)$ était supérieure à la température à l'extérieur T_o (en hiver).

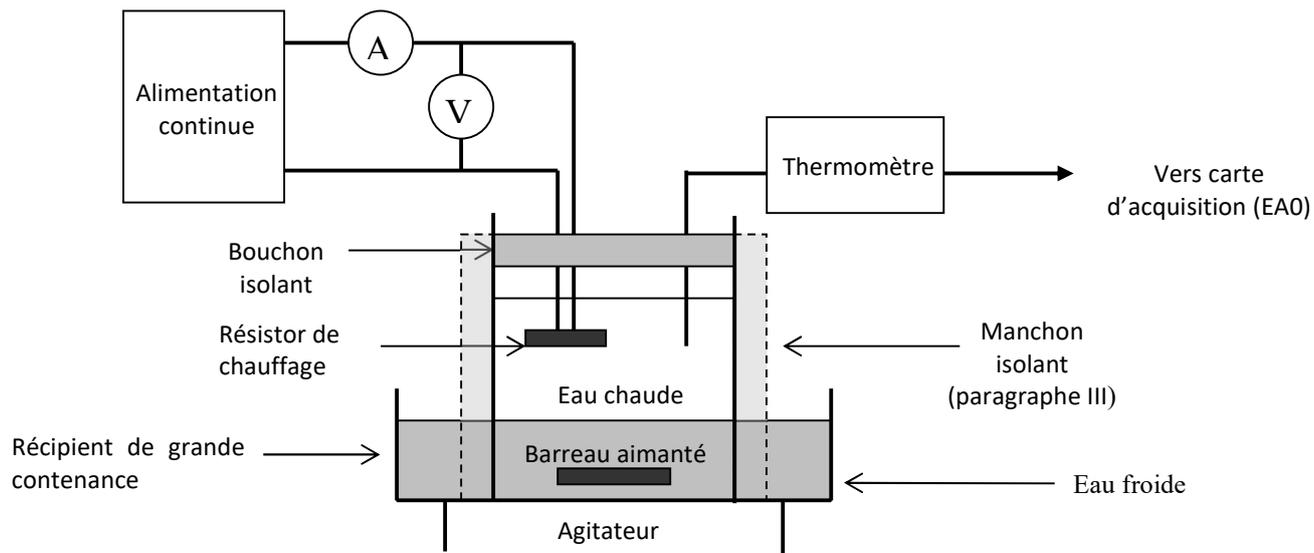
Tracer l'allure de la courbe $T(t)$, en faisant apparaître les valeurs particulières T_i et T_o .

Quelle est l'unité de a ? Quelle est la signification concrète de $1/a$?

Montrer que la valeur de a peut être obtenue à partir des coordonnées de deux points (t_1, T_1) et (t_2, T_2) par la formule :

$$a = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \frac{T_1 - T_o}{T_2 - T_o}.$$

Dans l'étude expérimentale qui va suivre, un système d'acquisition permettra de collecter les valeurs de température en fonction du temps. Comment exploiter ces données pour atteindre le coefficient a par une régression linéaire ?

2) Etude expérimentale

L'habitation est assimilée à un volume de 150 mL d'eau chaude placé dans un bécher de 200 mL. L'ensemble est placé dans un thermostat constitué par un bain d'eau froide de température voisine de 20°C contenu dans un récipient de grande contenance. La quantité d'eau froide utilisée doit être suffisante pour que sa variation de température soit négligeable, puisque cette partie du montage est censée figurer l'atmosphère extérieure, se comportant comme une source de chaleur monotherme.

Le tout est placé sur un agitateur magnétique destiné à homogénéiser la température de l'eau, le barreau aimanté étant placé dans le bécher.

L'extrémité du thermomètre est immergée dans l'eau du bécher et est relié à la carte d'acquisition sur l'entrée EA0.

Le dispositif de chauffage est constitué par un résistor placé dans le bécher et relié à un générateur de tension continue. Un ampèremètre et un voltmètre permettent de mesurer l'intensité du courant circulant dans ce résistor et la tension à ses bornes. Compte tenu de la faible valeur de la résistance du résistor (quelques ohms), on utilise un montage à courte dérivation (voir schéma).

Les fils électriques du thermomètre et du résistor passent à travers un bouchon isolant placé sur le bécher et destiné à éviter les échanges thermiques avec l'atmosphère.

Le bécher sera rempli de 150 mL d'eau bouillante (préalablement chauffée à l'aide de la bouilloire électrique), quelques instants avant de déclencher l'acquisition, pour une durée d'une dizaine de minutes (1 mesure / 2 s).

Dans le but d'évaluer les pertes thermiques à travers les parois, le générateur est pour l'instant éteint.

Consignes

*** Un test préalable à toute acquisition d'une certaine durée (plusieurs minutes ou plusieurs dizaines de minutes selon les cas) sera effectué sur quelques dizaines de secondes afin de vérifier le bon fonctionnement du dispositif ainsi que le bon réglage des échelles, en particulier de température.**

*** On prendra soin de paramétrer l'acquisition de façon à ce que les mesures soient fournies avec une précision optimale (intervalle de numérisation).**

échelle d'acquisition : -1 V/ +1V ; 200 points ; période d'échantillonnage : $T_e = 3 \text{ s}$; durée d'échantillonnage : 600 s.

*** Il pourra être utile de prendre quelques mesures de températures à la volée, recueillies sur l'afficheur du thermomètre digital afin de pallier à une éventuelle défaillance du système informatique de relevé automatique des mesures.**

*** On veillera à ne pas faire circuler de courant dans la résistance chauffante lorsqu'elle n'est pas immergée dans l'eau, mais plongée dans l'air, sous peine de détériorer cette dernière, ou de se brûler à son contact.**

La courbe $T(t)$ donnant la température de l'eau en degrés Celsius en fonction du temps ayant été obtenue, déterminer la valeur expérimentale de a à partir de la formule du 1), avec la meilleure précision possible.

II Dimensionnement de l'installation de chauffage

1) Etude théorique

On désire maintenir à l'intérieur de l'habitation une température $T = T_c$ (température de consigne affichée sur le thermostat) grâce à un chauffage électrique. On cherche à prévoir lors de la construction la puissance totale P des radiateurs électriques à installer.



En écrivant à nouveau le premier principe de la Thermodynamique pour l'habitation en régime stationnaire ($T = T_c = \text{constante}$), déterminer la quantité P_s assurant ce régime stationnaire en fonction de a , C , T_c et T_o (température la plus basse envisagée à l'extérieur).

2) Etude expérimentale

Compte tenu de la valeur du coefficient d'échange thermique a déterminée dans la partie I, prévoir la valeur numérique de la puissance P_s à injecter dans le résistor en régime stationnaire pour maintenir les 150 mL d'eau du robinet à une température de consigne T_c présentant un écart de 5 à 10°C par rapport à la température extérieure ($T_o = 20^\circ\text{C}$). Cette puissance est-elle accessible au générateur disponible ? On donne la masse volumique de l'eau $\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ et sa capacité thermique massique $c_o = 4180 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$. La puissance électrique maximale que peut délivrer le générateur est de l'ordre de 30 W. Quelle température peut-on espérer maintenir dans le bécher dans ces conditions ?

Lancer l'acquisition pour une dizaine de minutes, allumer le générateur et régler la puissance P à la valeur P_s .

On veillera d'une part à ce que le résistor soit bien immergé dans l'eau (risque de détérioration) et d'autre part à ne pas le toucher (risque de brûlure).

Observer l'évolution du début de la courbe $T(t)$. Conclusion et commentaires ?

Modifier la valeur de P et observer qualitativement l'installation d'un nouveau régime permanent pour une valeur de la température différente.

3) Modélisation



Exprimer l'équation différentielle décrivant la situation de chauffage en régime non stationnaire.



Concevoir un programme sous Python permettant d'obtenir un graphe $T(t)$ par une intégration numérique de cette équation. On pourra par exemple utiliser la méthode d'Euler, étudiée à l'occasion du TP « Simulations sous Python », ou toute autre méthode d'intégration numérique (fonction `odeint` de la bibliothèque `scipy.integrate` ...).



En régime non stationnaire, donner l'expression analytique de la température de l'habitation en fonction de t , a , C , P , T_o et $T_i = T(0)$. Indiquer l'allure du graphe correspondant en précisant les valeurs particulières de la température (valeur initiale, asymptote).

III Isolation

Quelle serait à votre avis l'effet d'une isolation thermique sur la valeur du coefficient a ?

Reprendre l'expérience du paragraphe I en ayant préalablement placé le manchon isolant autour du béccher (doubler le temps d'acquisition). Déterminer la nouvelle valeur de a . Commenter.