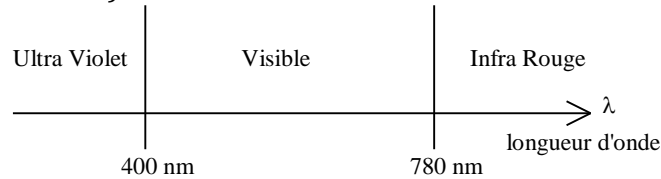
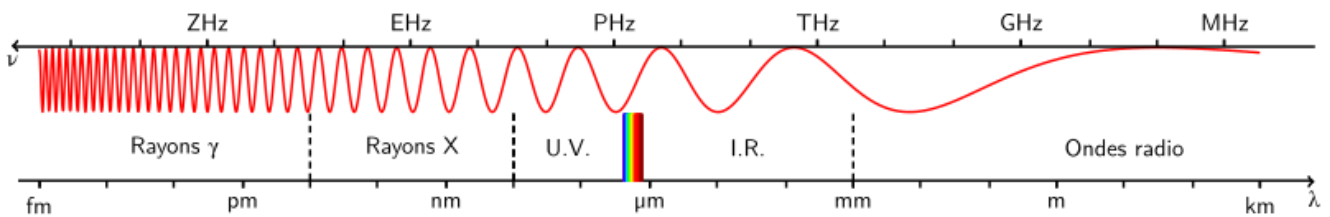


Introduction :

L'optique est la branche de la physique qui étudie les phénomènes mettant en jeu la lumière. La lumière est un rayonnement électromagnétique, dont la longueur d'onde est comprise entre 400 nm et 780 nm (domaine du visible).



Le domaine du visible représente une très faible fraction de l'échelle des longueurs d'ondes correspondant aux ondes électromagnétiques.



La lumière peut-être selon le problème étudié, modélisée comme une onde électromagnétique, ou comme formée de corpuscules, les photons, porteurs de quantités élémentaires d'énergie (quanta) $E = hc/\lambda = h\nu$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J.s étant la constante de Planck, $c = 2,998 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ la vitesse de la lumière dans le vide, λ et ν représentant respectivement la longueur d'onde dans le vide et la fréquence du rayonnement associé au photon.

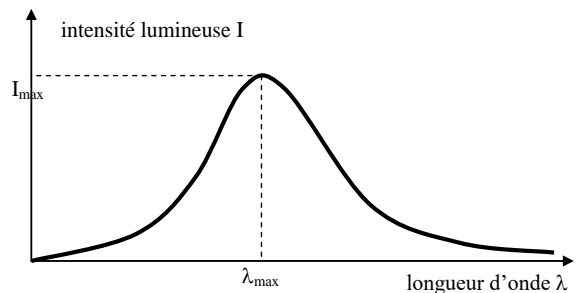
Remarque : dans ce contexte, l'usage est de noter ν la fréquence, habituellement représentée par la lettre f .

1. Généralités :

1.1 Sources lumineuses.

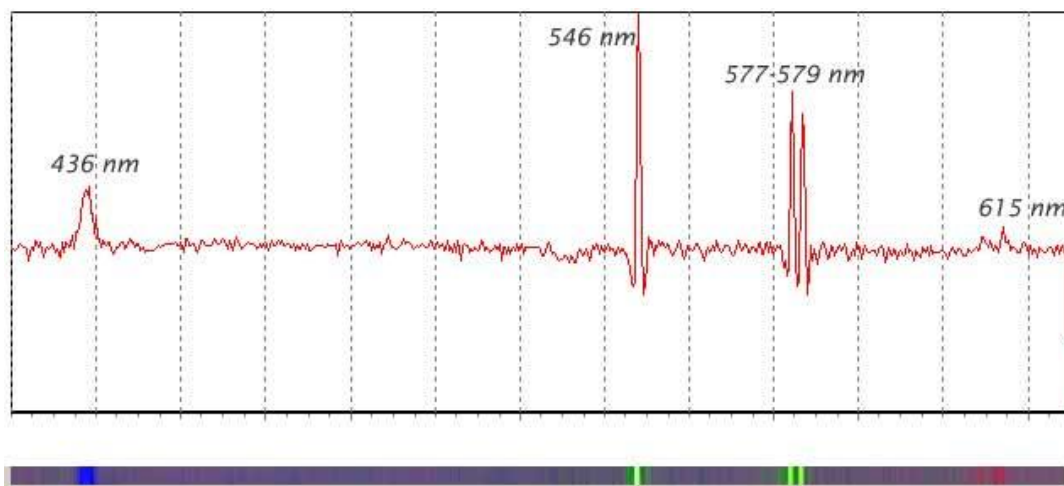
La lumière du jour, celle des lampes à incandescence, celle du Soleil, (dite lumière blanche) contiennent toutes les radiations du visible :

Le spectre de cette lumière est continu.



L'intensité émise par une source lumineuse est répartie de façon non uniforme sur les différentes longueurs d'onde.

Les lampes spectrales, émettant de la lumière du fait de décharges électriques générées dans un gaz, présentent au contraire un spectre discret ou spectre de raies.



Spectre d'une lampe à mercure sous haute pression (éclairage public).

Les lampes à LED (electro luminescent diodes) sont basées sur une émission photo-électronique. Leur spectre est lui aussi discret, formé de raies d'émission.

Le LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) produit une onde pratiquement monochromatique. La longueur d'onde émise dépend du type de Laser. Ci-dessous, spectre du Laser Helium-Neon



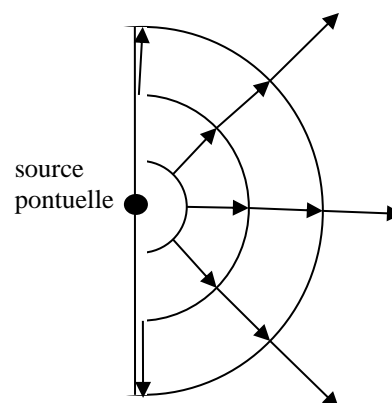
Modèle de la source ponctuelle monochromatique

La lumière est émise à partir de la surface de ces sources, que l'on peut considérer comme une association de sources ponctuelles.

Dans un modèle simple, on considèrera une seule des fréquences d'émission, notée f .

Chaque **source ponctuelle monochromatique** émet une onde sphérique, c'est-à-dire dont la surface d'onde est une sphère, de fréquence f donnée.

La progression de l'onde se traduit par une expansion radiale de ces sphères, à une vitesse correspondant à la célérité de l'onde. Dans le vide, cette célérité vaut $c = 2,998.10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Elle reste pratiquement identique dans les gaz (dont l'air...).



1.2 Indice optique :

Dans un milieu transparent, l'onde lumineuse va se propager à une vitesse v différente, et inférieure à celle obtenue dans le vide.

Par définition, l'indice optique n d'un milieu correspond au rapport $n = \frac{c}{v}$

L'indice n est donc sans dimension, et sa valeur est supérieure à 1.

La notion d'onde a été amplement décrite en terminale.

La longueur d'onde λ représente une périodicité spatiale de l'onde, sa période T est une périodicité temporelle.

Longueur d'onde λ , vitesse de propagation v et période T de l'onde sont liées par la relation :

$$\lambda = v.T = v/f.$$

La période T est une caractéristique *intrinsèque* de l'onde, indépendante du milieu où elle se propage, au même titre que $f = 1/T$, sa fréquence, et $\omega = 2\pi.f$ sa pulsation.

En effet ces quantités sont déterminées par le processus même d'émission de l'onde, au niveau de la source de lumière, et ne sont pas affectées par le processus de propagation, du moins dans un milieu linéaire.

*Remarque : certains matériaux, dits **non linéaires** ont pour propriétés de modifier la fréquence des ondes à leur traversée. L'étude de tels milieux sort du cadre de ce cours.*

Dans un milieu d'indice n , la vitesse de propagation prend la valeur $v = c / n$.

La longueur d'onde λ dépend donc du milieu où l'onde se propage, selon la relation :

$$\lambda = v.T = c.T / n = \lambda_0 / n$$

en notant λ_0 la **longueur d'onde de la lumière dans le vide**.

Plus l'indice du milieu est grand plus la célérité sera faible et plus la longueur d'onde sera courte.

Quelques valeur d'indices : $n(\text{eau}) = 1,33$; $n(\text{verre}) = 1,5$ à $1,6$; $n(\text{air}) = 1,0003$. L'indice optique des gaz reste très proche de 1.

La perception visuelle de la fréquence des ondes lumineuses se traduit par la sensation de couleur : selon la fréquence de l'onde électromagnétique incidente, les cellules tapissant la rétine seront diversement sollicitées (cellules cônes pour la vision diurne et la perception des couleurs, cellules en bâtonnets pour la vision nocturne).

La couleur perçue est donc directement liée à la valeur de la longueur d'onde dans le vide λ_0 .

Elle n'est pas affectée par l'éventuelle modification de la longueur d'onde lors de la propagation dans un milieu d'indice n .

1.3 Phénomène de dispersion.

L'indice lumineux $n = c/v$ dépend des caractéristiques du milieu concerné. Ce milieu réagira différemment selon la fréquence ν de la lumière qui le sollicite. Par conséquent, l'indice va varier avec cette fréquence, donc dépendre de la longueur d'onde dans le vide correspondante $\lambda_0 = c/\nu$.

Cette relation est décrite par la formule de Cauchy, valide pour certains matériaux (verre...) :

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$$

Cette dépendance de la vitesse de propagation de l'onde vis-à-vis de sa fréquence constitue le phénomène de dispersion.

En éclairant un dispositif optique en lumière blanche, les diverses longueurs d'onde vont subir des actions différentes en particulier à la traversée des dioptries, surfaces séparant deux milieux d'indices différents.

La dispersion se traduit par des phénomènes de coloration, dans différentes situations mettant en jeu la lumière visible :

- Dispersion de la lumière par un prisme (expérience de Newton), arc en ciel...



- Irisations sur des images lumineuses, par aberration géométrique (voir observation en TP)

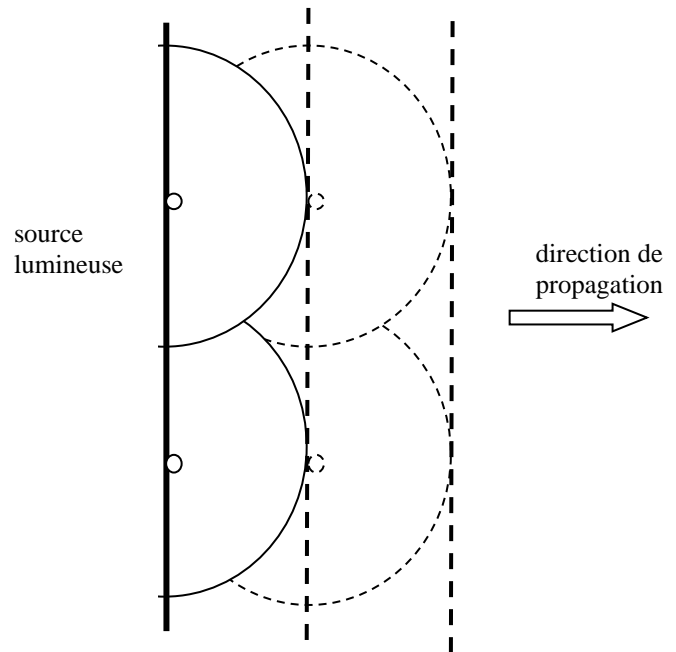
1.4 Approximation de l'optique géométrique, rayon lumineux.

1.41. Aspect ondulatoire :

En modélisant la lumière comme une onde, on l'envisage donc comme une propagation d'énergie correspondant à l'évolution du champ électromagnétique dans l'espace en fonction du temps.

Comme nous l'avons signalé précédemment, une source de lumière peut être vue comme constituée d'une juxtaposition de sources ponctuelles émettant de la lumière.

Chaque point-source émet une onde sphérique : le front d'onde est représenté par un arc de cercle dans une vue à deux dimensions.



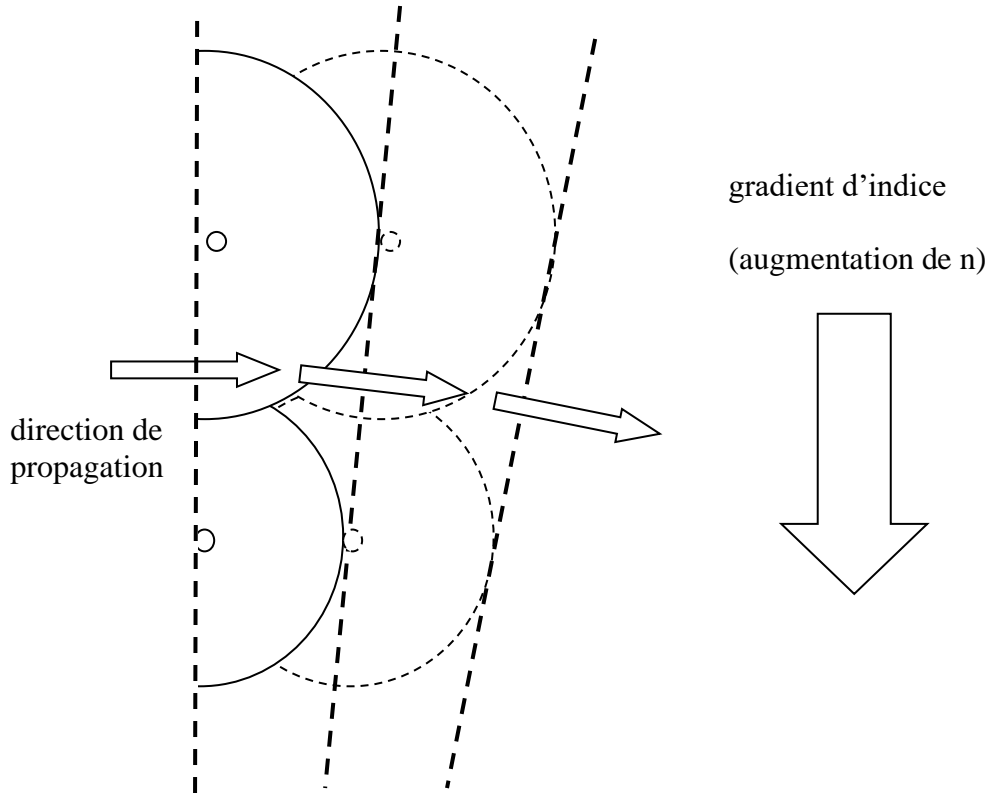
La surface-enveloppe des arcs de cercle représentant la propagation de lumière à partir de chaque source est la **surface d'onde** correspondant à l'onde lumineuse globalement émise par la source.

La direction de propagation est normale à cette surface. Cette direction peut rester invariante, évoluer continument, ou subir des discontinuités selon les cas. Toute variation de la direction de propagation est liée à la non-uniformité de l'indice du milieu.

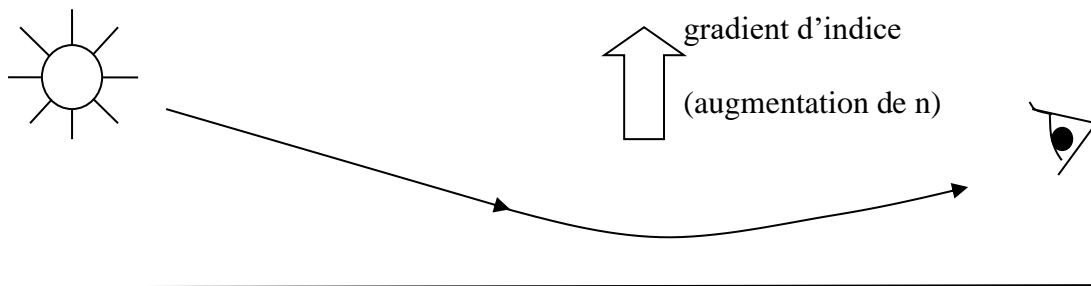
On considérera que l'énergie transportée par la lumière se propage selon cette direction, décrivant des courbes, que l'on nommera **rayons lumineux**.

Cas d'un milieu avec gradient d'indice :

La non uniformité de l'indice du milieu amène une vitesse de propagation variant avec le lieu, ce qui entraîne une courbure des rayons lumineux.



Ceci est à l'origine du phénomène de mirage.



1.42. Propagation rectiligne de la lumière en milieu homogène et isotrope. Notion de rayon lumineux, faisceaux lumineux.

Nous allons nous restreindre au cas d'un milieu *homogène* et *isotrope*.

Définissons ces deux termes :

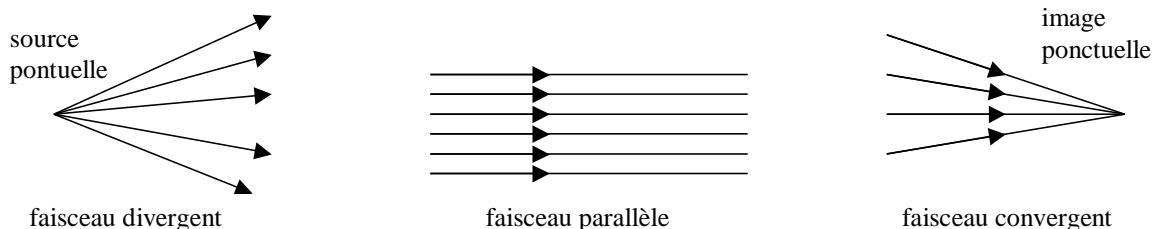
- *homogène* : même composition, mêmes propriétés en tout point.
- *isotrope* : mêmes propriétés dans toutes les directions de l'espace.

Remarquons qu'un milieu peut être homogène, mais *anisotrope* (non isotrope).

Par exemple, dans le cas d'un fluide en mouvement : nager dans une rivière ne demande pas le même effort selon la direction et le sens du courant ! C'est un exemple de milieu homogène, mais anisotrope.

On a toujours constaté que la lumière issue d'une source ponctuelle et se propageant dans un milieu homogène et isotrope se propageait selon un trajet rectiligne passant par la source : c'est le **Principe de propagation rectiligne**.

La trajectoire de la lumière constitue un *rayon lumineux*. Un ensemble de rayons lumineux est un *faisceau lumineux*. Un ensemble peu étendu de rayons lumineux est nommé un *pinceau lumineux*.



Principes fondamentaux de l'optique géométrique.

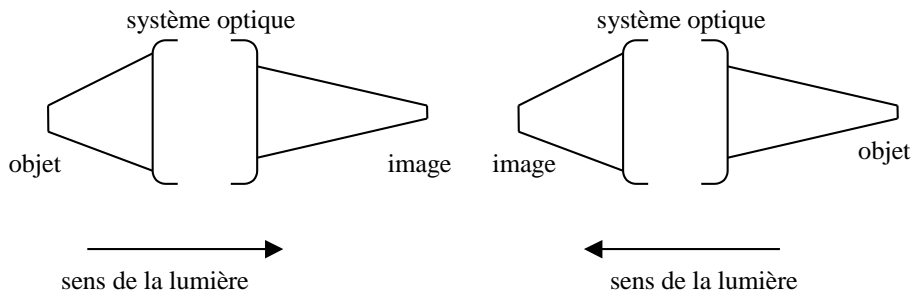
L'optique géométrique va finalement reposer sur les principes énoncés ci-dessous :

a) Principe de propagation rectiligne :

Dans un milieu homogène et isotrope, la lumière se propage en ligne droite.

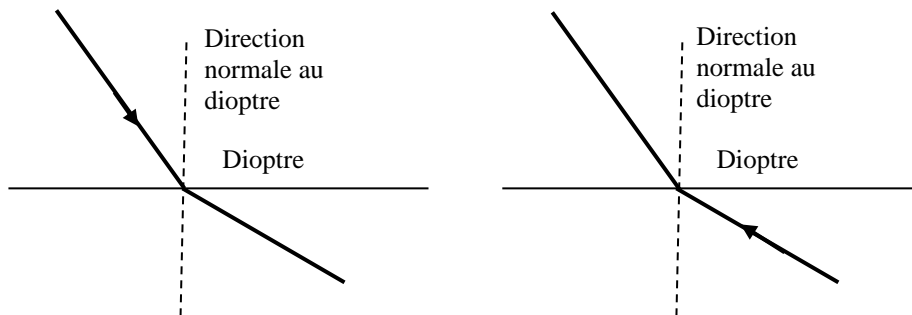
Comme nous le reverrons plus loin, dans le cas d'une discontinuité de l'indice optique (changement de milieu, à la traversée d'un dioptre), le rayon subira une brusque variation de sa direction, que l'on nomme phénomène de **réfraction**.

b) Principe du retour inverse de la lumière :



Le trajet suivi par la lumière entre deux points situés sur un même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière entre ces deux points.

Cette propriété sera très utilisée lors de la construction de la marche des rayons lumineux dans les systèmes (voir plus loin).



2 Diffraction

On ne pourra pas isoler une « rayon lumineux », c'est à dire un faisceau lumineux extrêmement fin. Le passage de la lumière à travers une ouverture met en jeu le phénomène de diffraction, qui sera d'autant plus marqué que l'ouverture sera étroite.

On peut par exemple aisément constater ce phénomène de diffraction en observant une source lumineuse éloignée (réverbère...) à travers un voileage léger. La figure de diffraction observée dépend de la forme des mailles du tissu.

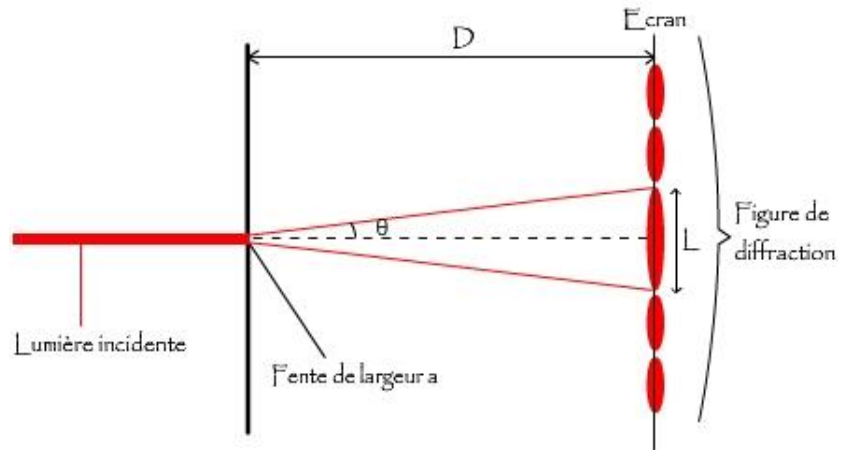
Ce phénomène ne s'interprète que par un modèle ondulatoire de la lumière.

Diffraction à travers une fente :

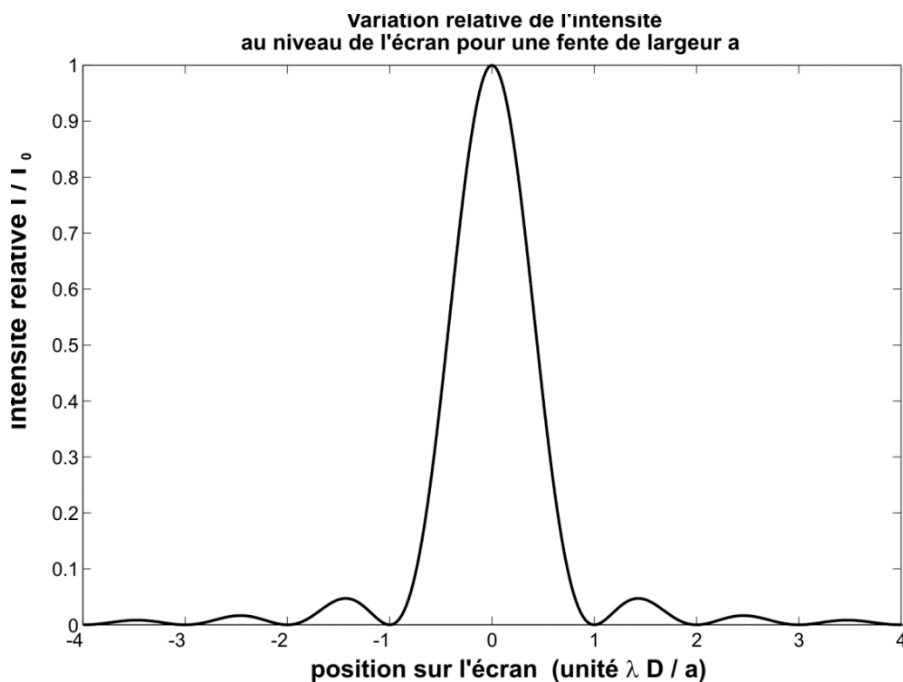
Une expérience analogue, mais plus précise, peut être réalisée au moyen d'un Laser. Cette source lumineuse a l'avantage d'être pratiquement monochromatique.

Le phénomène de diffraction est observé en éclairant une fente fine de largeur a au moyen d'un rayon Laser de longueur d'onde λ .

Le faisceau émergent amène alors un pic d'intensité central présentant alors une ouverture angulaire de l'ordre de : $\theta \approx \lambda/a$.



Soit un angle global de $2\theta \approx 2\lambda/a$.



Une étude théorique permet d'établir l'expression de l'angle limitant le pic principal de diffraction :

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{a} \text{ soit pour } \theta \text{ faible } \theta \approx \frac{\lambda}{a} \text{ où est la largeur de la fente et } \lambda \text{ la longueur d'onde}$$

La diffraction sera présente quelle que soit la largeur de l'ouverture, mais pour des ouvertures grandes devant la longueur d'onde, l'angle de diffraction $\theta = \lambda/a$ sera très faible donc plus difficile à observer expérimentalement.

Les phénomènes de diffraction sont usuellement présentés dans des situations où leur observation est aisée, donc pour des ouvertures dont la taille est de l'ordre de quelques longueurs d'onde.

Dans la configuration de l'expérience de diffraction à travers une fente de largeur a , observée sur un écran situé à une distance D de la fente, l'angle principal de diffraction répond à : $\theta \approx \tan\theta = L/(2D)$ où L est la largeur du pic principal de diffraction.

La **relation de diffraction** : $\theta \approx \tan\theta = \lambda/a$ donne alors accès par des mesures géométriques à la taille de la fente selon :

$$a = \frac{2\lambda D}{L}$$

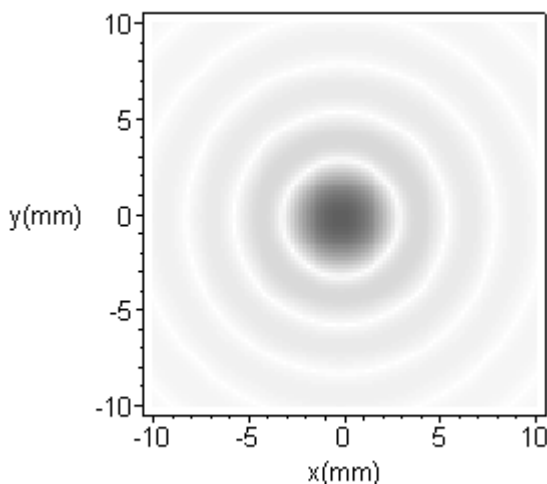
Diffraction à travers une pupille circulaire :

Usuellement, les ouvertures présentes dans les montages optiques sont des ouvertures circulaires. On observe alors une figure de diffraction à symétrie circulaire dite **tache d'Airy**, et l'expression de l'angle d'ouverture du pic principal de diffraction va être modifiée par un facteur géométrique.

On peut s'apercevoir expérimentalement (à l'aide d'un diaphragme) que ce phénomène s'accroît quand la dimension du trou diminue.

On montre qu'il y a une relation entre le diamètre D de l'ouverture, la longueur d'onde λ de la lumière employée et les dimensions de la figure de diffraction.

Une étude théorique qui dépasse le cadre de ce cours donne accès l'ouverture angulaire du pic d'intensité principal : $\theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{D}$.



Le facteur 1,22 intervient du fait de la géométrie circulaire de l'ouverture diffractante.

On retiendra que l'on a en ordre de grandeur un résultat analogue au cas d'une ouverture rectangulaire : θ est de l'ordre de λ/D où D est la taille caractéristique de l'ouverture.

Intercepté sur un écran situé à distance L de l'ouverture, le rayon de la tache centrale sera $r = L \tan \theta \approx L \cdot \theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} L$

Sur l'exemple ci-contre, on mesure une tache centrale de diamètre $d = 2r$ environ égale à 6,0 mm.

L'image a été obtenue sur un écran placé à 0,50 m de l'ouverture.

La longueur d'onde utilisée est $\lambda = 635 \text{ nm}$, donc le diamètre D de l'ouverture est :

$$D = \frac{1,22\lambda}{r} \cdot L \approx 0,13 \text{ mm}$$

On peut ainsi fixer le **cadre d'approximation de l'optique géométrique** : l'optique géométrique consistant à négliger le caractère ondulatoire de la lumière, cela consiste à considérer la longueur d'onde comme petite devant les dimensions des ouvertures.

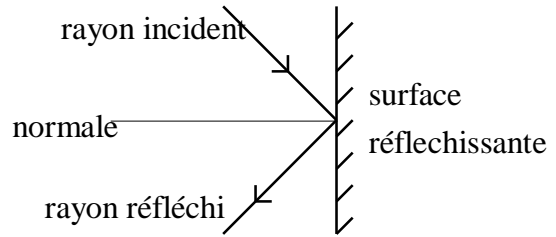
La notion de rayon lumineux, en tant que trajet suivi par la lumière, ainsi que les notions qui vont suivre dans ce cours, suffiront pour construire géométriquement les images données dans les systèmes optiques.

Remarquons que l'on n'observe pas directement de rayons lumineux : le "rayon" du Laser, par exemple, est visualisé grâce à la lumière diffusée par les particules éclairées par le Laser, qui vient interagir avec les cellules photoréceptrices de l'œil. Un rayon lumineux n'a pas d'existence matérielle.

3. Réfraction et réflexion : Loi de Snell-Descartes

3.1. Lois de la réflexion :

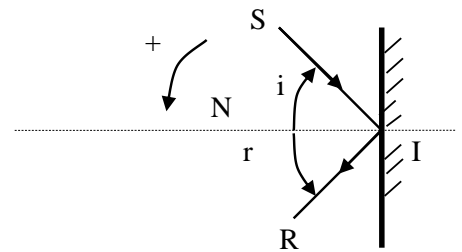
On parle de **réflexion** quand la lumière subit un brusque changement de direction en rencontrant une surface dite "réfléchissante" et revient dans le milieu de propagation initial.



La surface réfléchissante est parfois nommée **miroir**.

Le point où le rayon incident rencontre la surface est le **point d'incidence**. Le plan contenant le rayon incident et la normale à la surface de réflexion est le **plan d'incidence**.

Première loi : le rayon incident et le rayon réfléchi sont contenus dans le plan d'incidence



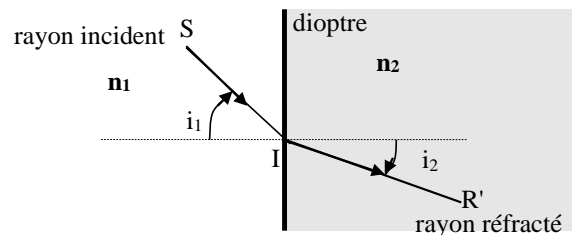
Deuxième loi : On nomme angle d'incidence $i = (S, I, N)$
angle de réflexion $r = (R, I, N)$

Angles d'incidences et de réflexions sont égaux : $i = r$
ou en algébrisant les angles : $r = -i$

On peut résumer ces deux lois en disant que le rayon réfléchi est le symétrique du rayon incident par rapport à la normale à la surface de réflexion.

3.2. Lois de la réfraction :

Définition : la **réfraction** consiste en un brusque changement de direction de la lumière, subie à la traversée d'une surface séparant deux milieux d'indice n_1 et n_2 différents.



La surface réfractante est nommée **dioptré**.

Remarque : la vitesse de propagation est donc différente dans les deux milieux : $v_1 = c/n_1 \neq c/n_2 = v_2$

Première loi : le rayon incident et le rayon réfracté sont contenus dans le plan d'incidence. Les droites (SI), (IR') et (IN) de la figure sont coplanaires.

Deuxième loi : les angles d'incidence i_1 , et de réfraction i_2 sont tels que :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

3.3. Réfraction limite et réflexion totale :

A la traversée d'un dioptre, une partie de l'énergie lumineuse va être réfractée, tandis que l'autre partie sera réfléchie.

Les angles i_1 et i_2 étant des angles réels, compris entre 0 et $\pi/2$, leur sinus doit être compris entre les valeurs 0 et 1.

Deux cas seront à considérer :

a) 1er cas : $n_1 < n_2$

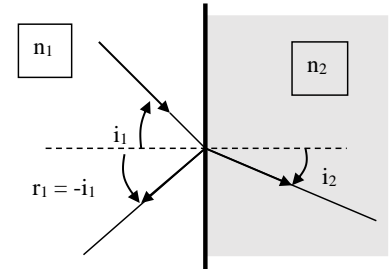
D'après : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \rightarrow \sin i_1 > \sin i_2$, donc $i_1 > i_2$.

Le rayon réfracté est plus proche de la normale que le rayon incident.

La valeur maximale de i_1 étant $i_{1\max} = +\pi/2$, le rayon incident étant alors en incidence rasante, amenant $\sin i_1 = 1$,

la valeur maximale de i_2 est alors telle que : $\sin i_{2\max} = n_1 / n_2 < 1$.

Donc la solution i_2 existe toujours : il y a toujours un rayon réfracté.

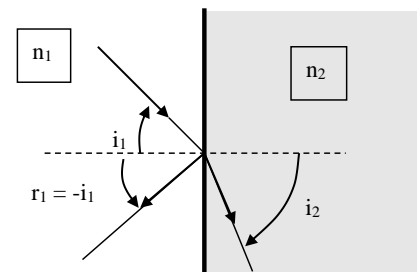


b) 2ème cas : $n_1 \geq n_2$

Alors $i_1 < i_2$: le rayon réfracté est plus éloigné de la normale que le rayon incident.

L'angle i_2 n'existe que pour $\sin i_2 \leq 1$, donc pour $i_1 < i_{1\max}$, avec la condition :

$$\sin i_{1\max} = n_2 / n_1$$



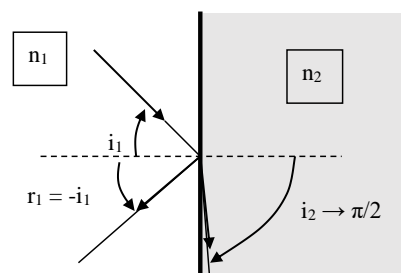
En effet, si $i_1 > i_{1\max}$, alors la loi de Descartes $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$

implique : $\sin i_2 = (n_1/n_2) \cdot \sin i_1$;

avec $\sin i_1 > n_2 / n_1$ donc $\sin i_2 > 1$ ce qui est physiquement impossible.

Il n'y a plus de rayon réfracté. Toute la lumière incidente est alors réfléchi : c'est le phénomène de **réflexion totale**. L'angle $i_{1\max}$ correspond à la **réfraction limite**.

Cas de la réfraction limite :

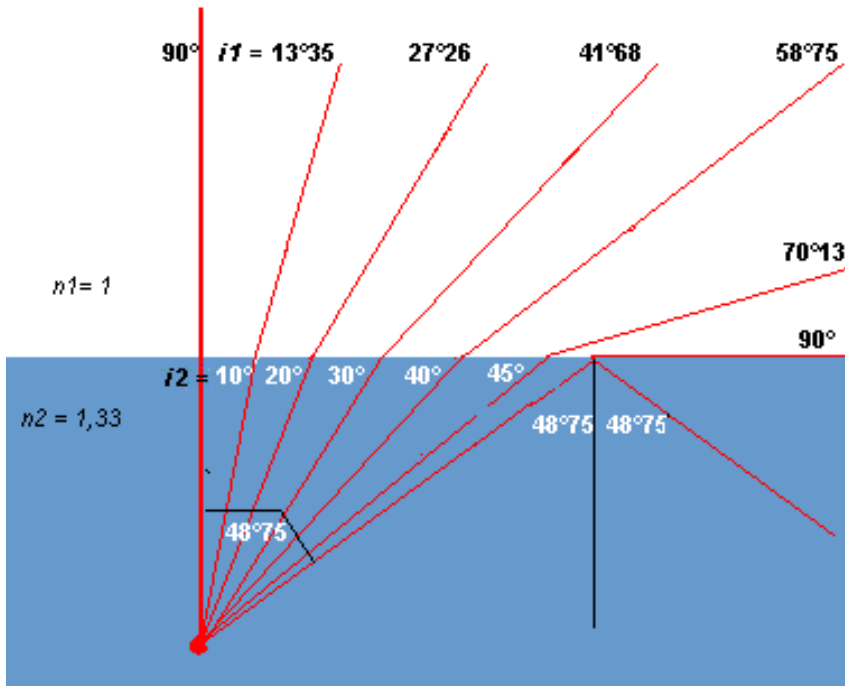


Exemple :

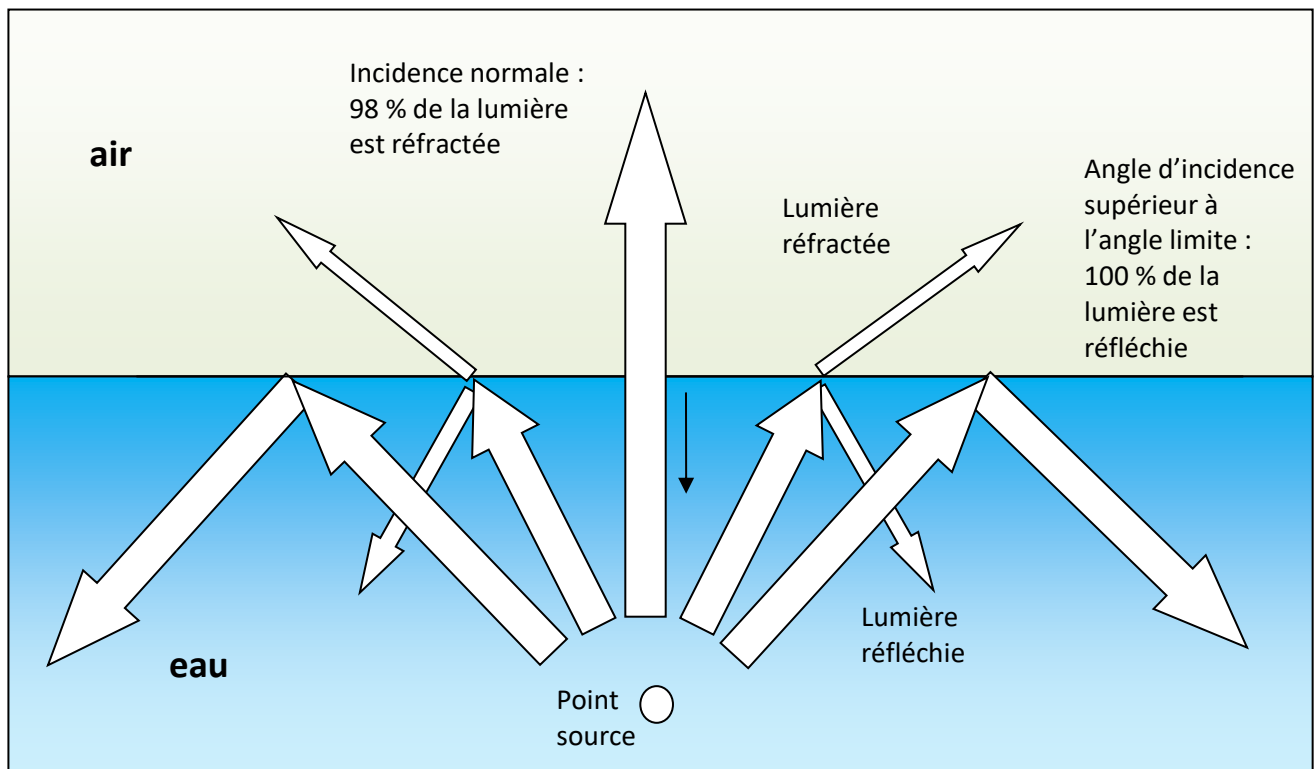
Considérons pour dioptre la surface de l'eau. $n_{\text{air}} = 1$ et $n_{\text{eau}} = 1,33$.

Dans le sens air-eau, une partie de la lumière sera réfractée quelle que soit l'incidence.

Ce n'est plus vrai dans le sens eau-air.

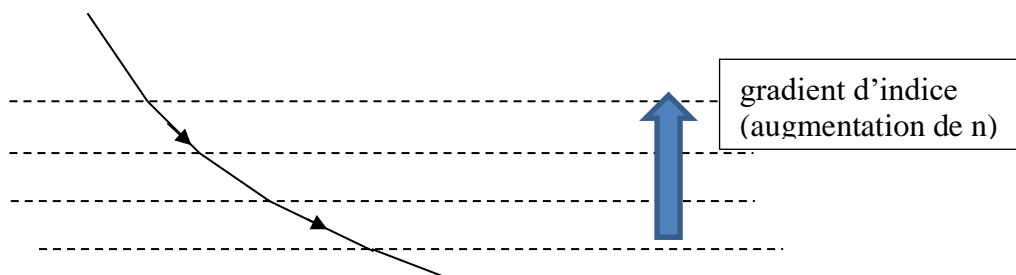


Répartition de l'énergie lumineuse entre énergie réfractée et énergie réfléchi, en fonction de l'angle d'incidence, dans le cas d'une source située dans l'eau. Le dioptre est l'interface air/eau.

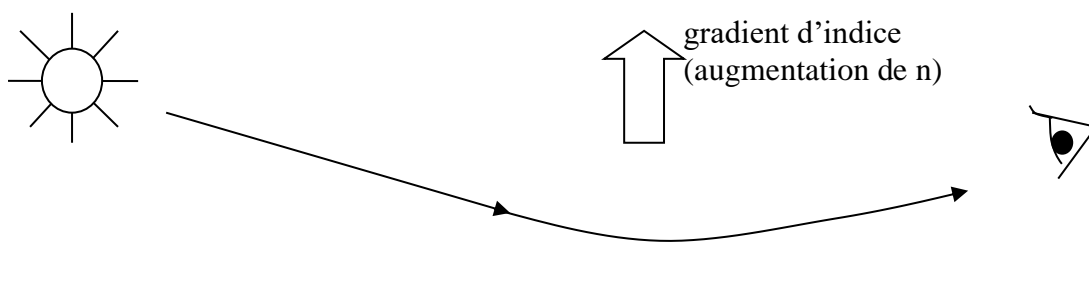




A partir de la relation de Snell-Descartes, et en raisonnant sur un milieu stratifié en couches d'indice lumineux variable, on peut montrer que les rayons lumineux vont s'incurver dans le sens de l'augmentation de l'indice.



Ceci est à l'origine du phénomène de **mirage**.

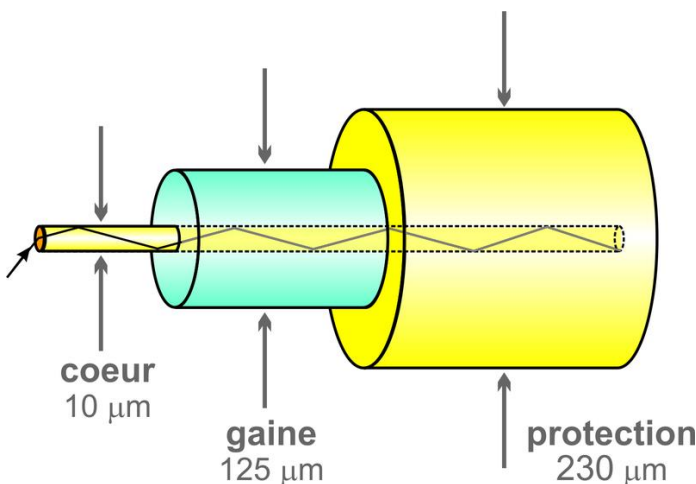


3.4 Application : la fibre optique à saut d'indice.

Une **fibre optique** est un fil dont l'âme, très fine, en verre ou en plastique, a la propriété de conduire la lumière et sert pour la fibroscopie, l'éclairage ou la transmission de données numériques. Elle offre un débit d'information nettement supérieur à celui des câbles coaxiaux (conducteur cuivre) et peut servir de support à un réseau « large bande » par lequel transitent aussi bien la télévision, le téléphone, la visioconférence ou les données informatiques.

Entourée d'une gaine protectrice, la fibre optique peut être utilisée pour conduire de la lumière entre deux lieux distants de plusieurs centaines, voire milliers, de kilomètres. Le signal lumineux codé par une variation d'intensité est capable de transmettre une grande quantité d'information. En permettant les communications à très longue distance et à des débits jusqu'alors impossibles, les fibres optiques ont constitué l'un des éléments clés de la révolution des télécommunications. Ses propriétés sont également exploitées dans le domaine des capteurs (température, pression, etc.), dans l'imagerie et dans l'éclairage.

La fibre optique est un guide d'onde qui exploite les propriétés réfractrices de la lumière. Elle est habituellement constituée d'un cœur entouré d'une gaine. Le cœur de la fibre a un indice de réfraction légèrement plus élevé que la gaine et peut donc confiner la lumière qui se trouve entièrement réfléchi de multiples fois à l'interface entre les deux matériaux (en raison du phénomène de réflexion totale interne). L'ensemble est généralement recouvert d'une gaine plastique de protection.



Lorsqu'un rayon lumineux entre dans une fibre optique à l'une de ses extrémités avec un angle adéquat, il subit de multiples réflexions totales internes.

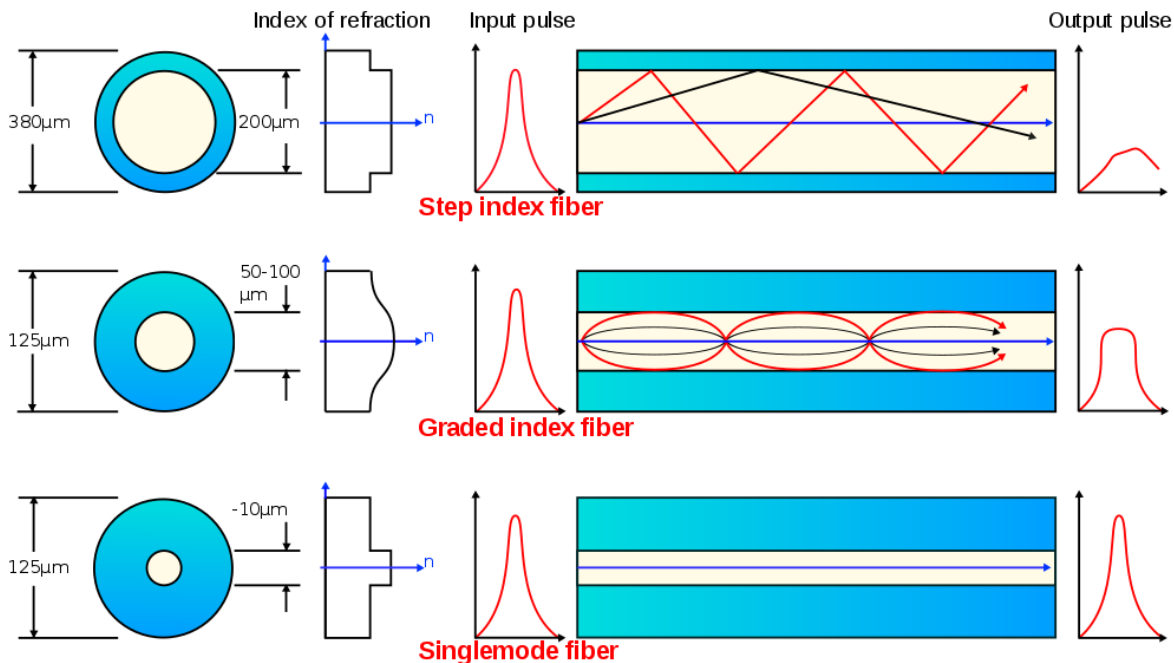
Ce rayon se propage alors jusqu'à l'autre extrémité de la fibre optique sans perte, en empruntant un parcours en zigzag. La propagation de la lumière dans la fibre peut se faire avec très peu de pertes même lorsque la fibre est courbée.

Une fibre optique est souvent décrite selon deux paramètres :

- la **différence d'indice normalisé**, qui donne une mesure du saut d'indice entre le cœur et la gaine : $\Delta = (n_c - n_g)/n_c$, où n_c est l'indice de réfraction du cœur, et n_g celui de la gaine.
- l'**ouverture numérique** de la fibre ON, qui est concrètement le sinus de l'angle d'entrée maximal de la lumière dans la fibre pour que la lumière puisse être guidée sans perte, mesuré par rapport à l'axe de la fibre. L'ouverture numérique est égale à : $ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$.

Saut ou gradient d'indice

Il existe essentiellement deux types de fibres optiques qui exploitent le principe de la réflexion totale interne : la fibre à saut d'indice et la fibre à gradient d'indice. Dans la fibre à saut d'indice, l'indice de réfraction chute brutalement d'une valeur dans le cœur à une valeur moindre dans la gaine. Dans la fibre à gradient d'indice, ce changement d'indice est beaucoup plus progressif.



Fibres multimodes et monomodes.

Les fibres optiques peuvent être classées en deux catégories selon le diamètre de leur cœur et la longueur d'onde utilisée : les fibres monomodes et multimodes.

Fibres multimodes

Les fibres multimodes (dites MMF, pour Multi Mode Fiber), ont été les premières sur le marché. Elles ont pour caractéristique de transporter plusieurs modes (trajets lumineux). Du fait de la dispersion modale, on constate un étalement temporel du signal proportionnel à la longueur de la fibre. En conséquence, elles sont utilisées uniquement pour des bas débits ou de courtes distances.

La dispersion modale peut cependant être minimisée (à une longueur d'onde donnée) en réalisant un gradient d'indice dans le cœur de la fibre. Elles sont caractérisées par un diamètre de cœur de plusieurs dizaines à plusieurs centaines de micromètres (les cœurs en multimodes sont de 50 ou 62,5 μm pour le bas débit). Cependant les fibres les plus récentes, de type OM3, permettent d'atteindre le Gbit/s sur des distances de l'ordre du km. Les longues distances ne peuvent être couvertes que par des fibres optiques monomodes.

Fibres monomodes

Pour de plus longues distances et/ou de plus hauts débits, on préfère utiliser des fibres monomodes (dites SMF, pour *Single Mode Fiber*), qui sont technologiquement plus avancées car plus fines. Leur cœur très fin (quelques μm) n'admet ainsi qu'un mode de propagation, le plus direct possible c'est-à-

dire dans l'axe de la fibre. Les pertes sont donc minimales (moins de réflexion sur l'interface cœur/gaine) que cela soit pour de très hauts débits et de très longues distances. Les fibres monomodes sont de ce fait adaptées pour les lignes intercontinentales (câbles sous-marin).

Application : Transmission de la lumière à travers une fibre optique à saut d'indice.

1) Une fibre optique est formée d'une âme en silice d'indice $n_c = 1,46$ entourée d'une gaine en silicone d'indice $n_g = 1,41$. La lumière incidente provient d'un milieu d'indice $n_o = 1,0$ (on considère ici de l'air).

Exprimer la valeur maximale i_{\max} de l'angle d'incidence i pour laquelle la lumière est transmise le long de la fibre en fonction de n_c et n_g . On appelle ouverture numérique ON de la fibre la quantité $ON = \sin i_{\max}$. Calculer numériquement ON.

2). On envoie dans la fibre un faisceau lumineux comportant tous les angles d'incidences i compris entre 0 et i_{\max} . Calculer la différence $\delta\tau$ entre la durée maximale et la durée minimale de propagation d'un bout à l'autre d'une fibre de longueur L . Application numérique pour $L = 1,00$ km. On donne $c = 3 \cdot 10^8$ ms⁻¹.

3) Le signal transporté est constitué d'impulsions lumineuses d'une durée T_1 à intervalles réguliers de durée T . Quelle valeur minimale faut-il choisir pour que les séries d'impulsions soient distinctes à la sortie de la fibre ? Proposer une définition de la bande passante en bits (nombre d'impulsions) par seconde. Comparer la valeur obtenue à la bande passante d'un téléphone portable (64 bits.s⁻¹) et celle de la télévision (100 Mbits.s⁻¹).

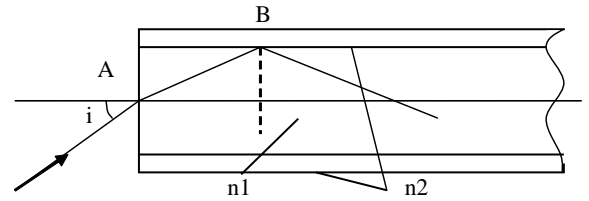
La correction de cette application sera traitée en cours.

Résolution

1) La fibre va transmettre à condition d'avoir une réflexion totale en B.

L'angle i étant l'angle d'incidence en A, en B il faut : $\sin \alpha > n_2/n_1$ pour avoir la réflexion totale (en utilisant la loi de Descartes et la condition de réflexion totale...).

L'angle α est l'angle du rayon incident en B par rapport à la normale au dioptre (coeur - gaine).



Par ailleurs, la relation de Descartes donne en A :

$n_o \sin i = n_c \sin r$ où r est l'angle de réfraction après A.

Avec géométriquement : $\pi = r + \alpha + \pi/2$ soit $\alpha = \pi/2 - r$ donc $\sin \alpha = \cos r$.

Tous les angles appartenant à l'intervalle $[0 ; \pi/2]$: $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r}$

On tire après calculs :

$$\sin i_{\max} = \left(\frac{\sqrt{n_c^2 - n_g^2}}{n_o} \right)$$

ou

$$i_{\max} = \arcsin \left(\frac{\sqrt{n_c^2 - n_g^2}}{n_o} \right)$$

AN : $i_{\max} = 0,389 \text{ rad} = 22,7^\circ$

D'après la définition : $ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0,379$.

2) La durée de transmission la plus faible est obtenue pour $i = 0$. La durée la plus importante est atteinte pour $i = i_{\max}$ qui amène des réflexions à $\alpha = \arcsin(n_2/n_1)$.

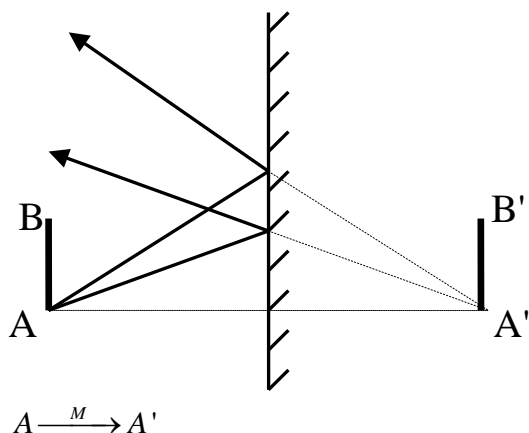
Chaque portion de trajet est alors multipliée par $1/\sin \alpha$ par rapport au cas de l'incidence $i = 0$.

On déduit : $\delta\tau = (n_1.L/c).((1/\sin \alpha) - 1) = (n_1.L/c).((n_1/n_2) - 1)$. $\Delta\tau = 1,67.10^{-7} \text{ s}$.

3) Il faut $T > \delta\tau$. Soit $f < 1/\delta t \approx 6.10^6 \text{ bits.s}^{-1} = 6 \text{ Mbits.s}^{-1}$. La fibre convient pour passer du signal téléphonique, mais elle ne permet pas l'utilisation en télévision.

4. Image réelle, image virtuelle, objet réel, objet virtuel :

4.1 Miroir plan : Construction de l'image, image virtuelle :



Nous allons procéder à la construction de l'image d'un objet AB par un miroir plan, en nous appuyant sur les lois de Descartes.

D'après les lois de la réflexion, les rayons réfléchis semblent provenir, tous, du même point image A', symétrique de A par rapport au plan du miroir.

A' est dit « point conjugué de A ». La relation de conjugaison existant entre ces deux points est symbolisée par la notation :

Un rayon incident passant par A sera réfléchi en passant par A'.

En fait ces rayons ne traduisant pas la propagation physique de lumière jusqu'en A' (il n'y a pas de lumière derrière le miroir !) : c'est seulement le prolongement géométrique du rayon réfléchi qui passe en A'.

A' est dite **image virtuelle** de A.

De même, l'image du point B sera une image virtuelle B'. (Construction identique).

4.2. Position et grandissement d'une image formée par un miroir plan.

Par la construction précédente, on montre que tout point A aura pour image dans le miroir plan (M) son symétrique A' par rapport au plan du miroir.

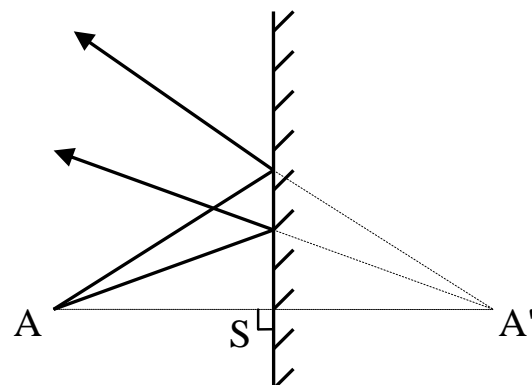
En notant S le projeté orthogonal de A sur ce plan, la relation de symétrie impose sur l'axe (AS), en mesures algébriques :

$$\boxed{\overline{SA'} = -\overline{SA}}$$

Pour un objet AB situé dans un plan orthogonal à (AS), parallèle au plan du miroir, on obtient une image (A'B') symétrique, de même taille que l'objet et orientée dans le même sens.

Le grandissement transversal est défini par

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$$



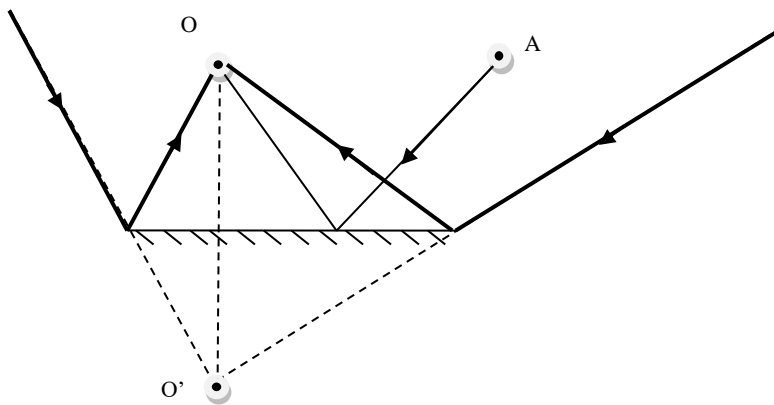
Ce grandissement a donc une valeur $\gamma = +1$ pour un miroir plan.

4.3 Champ d'observation dans un miroir plan.

Le champ à travers un miroir (M) depuis un point d'observation O, correspond par définition à l'ensemble des points de l'espace visibles depuis O à travers le miroir.

Un miroir d'extension infinie permettrait de voir tous les points du demi-espace situé avant le miroir. Mais la limitation des dimensions du miroir va limiter le champ d'observation. Ne seront visible depuis O que les points A pour lesquels il existe au moins un rayon lumineux passant par A et rencontrant O après réflexion lumineuse.

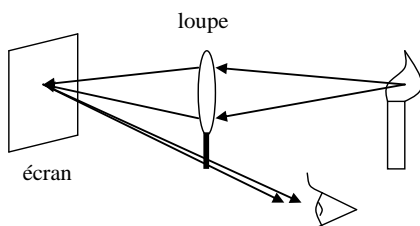
Le miroir plan étant rigoureusement stigmatique, tout rayon passant par O et rencontrant le miroir passera par son image O'. Les limites du champ d'observation sont donc déterminées par les rayons passant par O' et s'appuyant sur les contours du miroir.



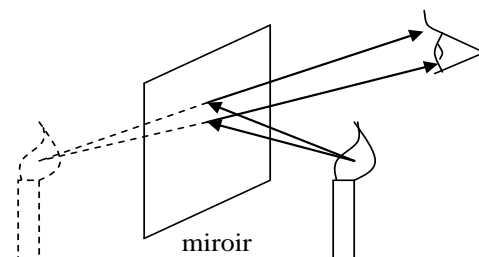
4.4. Images données par des lentilles minces :

Selon les conditions, les systèmes optiques pourront mener à des images réelles ou virtuelles :

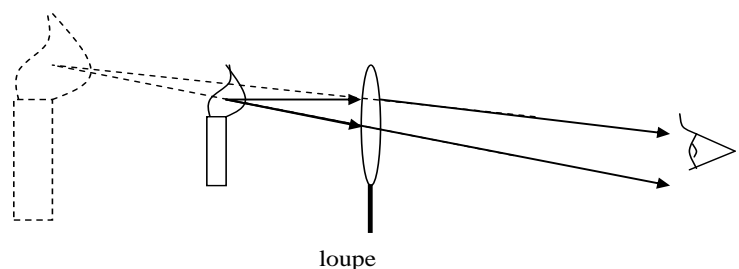
Observation d'une image réelle :



Observation d'une image virtuelle :



Utilisation usuelle d'une loupe :



Nous préciserons ultérieurement les règles définissant la marche des rayons lumineux dans ces systèmes. Elles sont basées sur les lois de la réfraction mises en jeu à la traversée des dioptries délimitant ces lentilles.

On peut néanmoins remarquer sur une simulation ou sur une expérimentation que selon la position de l'objet, l'image obtenue ne sera pas de même nature.

L'image pourra être **réelle** :

Les rayons lumineux issus d'un point objet, émergent du système, vont s'intercepter réellement en un point de l'espace situé après la face de sortie de la lentille, formant un point lumineux image. Un flux d'énergie lumineuse se concentre effectivement au point-image. Les rayons émergents de la lentille arrivent en la position du point-image sous forme d'un faisceau convergent. Cette image sera donc projetable sur un écran.

Mais l'image peut aussi être **virtuelle** :

Les rayons émergents ne s'interceptent alors que virtuellement. Pour un point-objet donné, il n'y a pas de concentration de lumière au point-image correspondant. De même que dans le cas du miroir plan, le point-image d'est déterminé que par le prolongement géométrique des rayons émergents de la lentille sous forme d'un faisceau divergent.

4.5 Définitions générales :

On nomme **face d'entrée** le premier dioptre ou la première surface réfléchissante rencontrée par la lumière à la traversée d'un système optique. La **face de sortie** est le dernier dioptre ou la dernière surface réfléchissante rencontrée par la lumière.

L'**espace objet** est l'espace situé avant la face d'entrée d'un système.

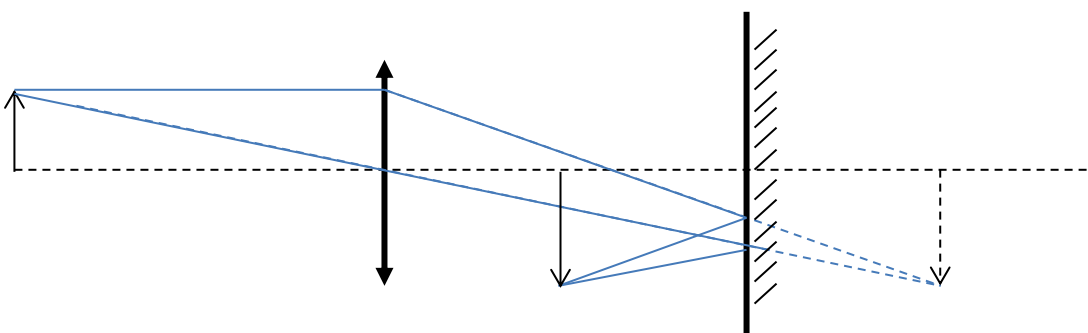
L'**espace image** est l'espace situé après la face de sortie d'un système.

Une **image réelle** doit se former dans l'espace image, donc après la face de sortie du système, sinon ce sera une **image virtuelle**.

Un **objet réel** doit se situer dans l'espace objet, donc avant la face d'entrée du système, sinon il sera un **objet virtuel**.

En pratique, un objet virtuel sera obtenu grâce à un système optique placé en amont du système étudié. On forme ainsi une image intermédiaire, qui servira d'objet virtuel pour le second système.

exemple : image d'un objet virtuel à travers un miroir plan.



5. Conditions de Gauss.

5.1 Stigmatisme et aplanétisme.

Revenons sur la construction de l'image par un miroir plan, présentée en 4.1. Tous les rayons issus du point-objet A vont passer par le point-image A' : on dit que les points A et A' sont **rigoureusement stigmatiques**.

Si on considère maintenant le point-objet B situé à proximité de A, dans un plan orthogonal à la normale à la surface réfléchissante, on aura de même stigmatisme rigoureux pour le couple des points B et B'.

On dit que le miroir plan constitue un système **rigoureusement aplanétique**.

Il introduit une **conjugaison entre plans de front** : l'image d'un objet plan, dans un plan orthogonal à la normale à la surface réfléchissante, est elle-même située dans un plan parallèle au précédent.

Le miroir plan est donc un système rigoureusement stigmatique et aplanétique, quelle que soit l'inclinaison des rayons lumineux considérés, ce qui est exceptionnel. En pratique, les miroirs plans ne sont d'ailleurs pas parfaitement plans et présentent des défauts.

Notons que A' et B' sont des images **virtuelles**, non projetable sur un écran.

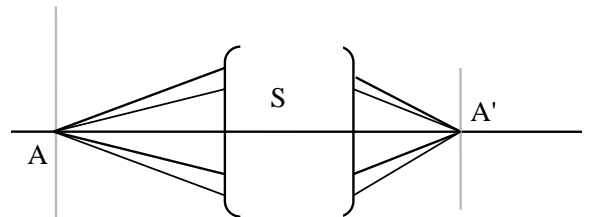
Remarquons que le miroir est rigoureusement stigmatique quelle que soit l'inclinaison (l'angle d'incidence) des rayons lumineux.

Nous verrons que dans d'autres systèmes (lentilles, miroirs paraboliques) le stigmatisme n'est pas aussi général.

Définitions :

a) Stigmatisme

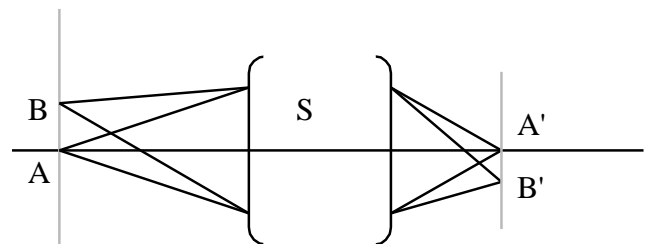
On peut envisager un système quelconque, symbolisé par (S) sur le schéma ci-contre, (S) pouvant représenter un miroir, une lentille, une association de lentilles etc...



Un système optique est dit **rigoureusement stigmatique** pour le couple de points conjugués (AA'), si tous les rayons issus du point objet A passent, après traversée du système, par le même point image A'.

b) Aplanétisme

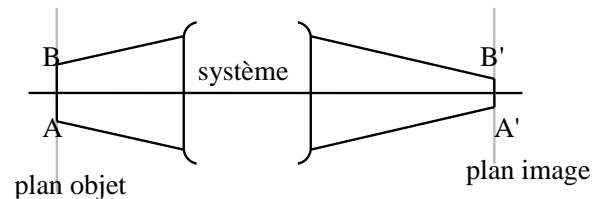
Pour un système centré (S), soient deux points A et A' de l'axe, pour lequel le système est rigoureusement stigmatique.



Soient par ailleurs deux points B et B', situés à proximité de l'axe optique, dans des plans perpendiculaires à l'axe optique passant respectivement en A et A'.

Le système est dit **aplanétique** pour A et A' s'il est aussi rigoureusement stigmatique pour deux points B et B' très proches respectivement de A et A' situés sur des plans perpendiculaires à l'axe du système en A et A', (plans de front) et dans le même plan contenant l'axe (plan méridien) qui est le plan de la figure.

On réalise ainsi une correspondance plan à plan par le système (S) (en se restreignant aux zones localisées à proximité de l'axe optique) :



On parle de **plans de front objet ou image**.

Remarque : l'étymologie du terme aplanétisme est liée au terme grec *aplanêtos* "qui ne dévie pas", ce qui correspond bien au fait qu'un système aplanétique ne présente pas d'aberrations géométriques (voir TP-cours d'optique).

c) Stigmatisme et aplanétisme approchés :

La géométrie des dioptries présents dans les systèmes réels, et les imperfections inévitables lors de leur réalisation font que ces systèmes ne sont jamais exactement stigmatiques.

Ils peuvent pourtant conduire à des images satisfaisantes, selon leurs conditions d'utilisation.

Tous les récepteurs de lumière ont une structure granulaire : l'oeil (cônes et bâtonnets), les pellicules photos (grains de l'émulsion), les capteurs CCD des appareils photo numériques, des caméras vidéo, webcam...

Le stigmatisme rigoureux n'est pas nécessaire en pratique pour avoir une bonne image, c'est-à-dire une image non floue (1 point \Leftrightarrow 1 point).

Si l'image A' est non un point, mais une tache de très petites dimensions, ne recouvrant qu'un seul grain-récepteur, le récepteur ne fera pas de différence : l'image A' de A semblera ponctuelle.

Un système est dit **approximativement stigmatique** si l'image d'un point objet A est une tache de très petites dimensions, ne recouvrant qu'un grain du récepteur, centre en A', **image géométrique** de A.

Les mêmes considérations amènent à conclure à un **aplanétisme approché**. Les conditions de l'approximation de Gauss montrent que le système établit alors une **correspondance plan à plan** entre l'objet et l'image

5.2 Enoncé des conditions de Gauss :

Ces conditions vont permettre d'obtenir des images de bonnes qualités à l'aide d'un système optique (non floue et non distordue). Elles vont consister en la recherche d'un stigmatisme et d'un aplanétisme approché. (Nous avons vu que les récepteurs de lumière, oeil, photo, caméra,... étant granulaires, des conditions approchées sont suffisantes).

On considère un objet AB, plan, et perpendiculaire à l'axe, dont l'image à travers le système doit être plane, perpendiculaire à l'axe, et de bonne qualité.

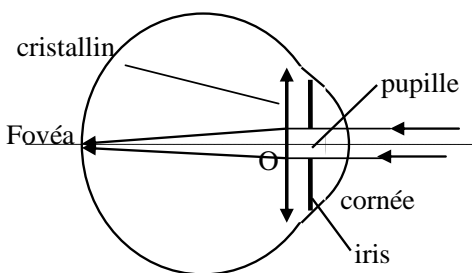
Le stigmatisme approché demande des rayons paraxiaux. L'aplanétisme approché requiert un objet AB de petite dimension. Le système étant centré, il faut respecter cette symétrie : l'objet doit être centré sur l'axe, et conduira alors à une image centrée sur l'axe.

Conditions de Gauss :

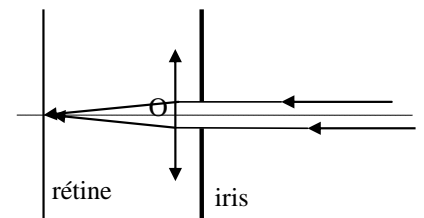
- *objet plan, perpendiculaire à l'axe, centré sur l'axe, de petites dimensions,*
- *rayons lumineux paraxiaux, ce qui signifie :*
 - *des rayons peu inclinés par rapport à l'axe du système centré,*
 - *des rayons proches de l'axe du système centré.*

L'image obtenue est alors de bonne qualité, plane, perpendiculaire à l'axe, et centrée sur l'axe, non déformée (pas de distorsion), uniformément éclairée.

En pratique on pourra disposer dans les systèmes des diaphragmes (écrans opaques percé d'un trou circulaire) qui vont sélectionner les rayons paraxiaux afin de réaliser les conditions de Gauss.



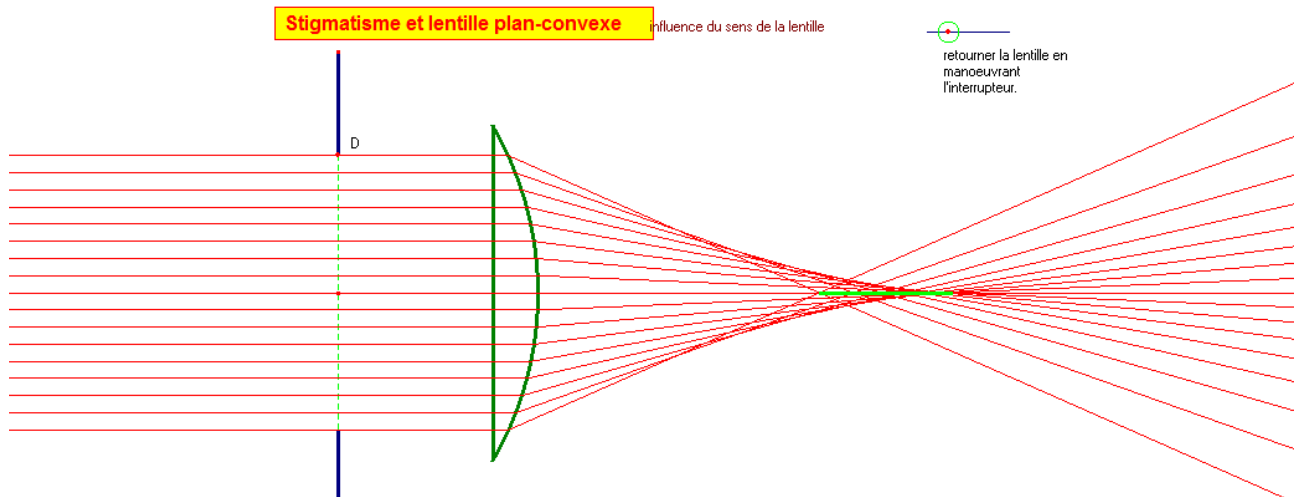
C'est par exemple le cas de l'œil, qui peut se modéliser simplement par l'association d'une lentille, figurant l'ensemble cornée et cristallin, d'un écran représentant la rétine et d'un diaphragme correspondant à la pupille, délimitée par l'iris.



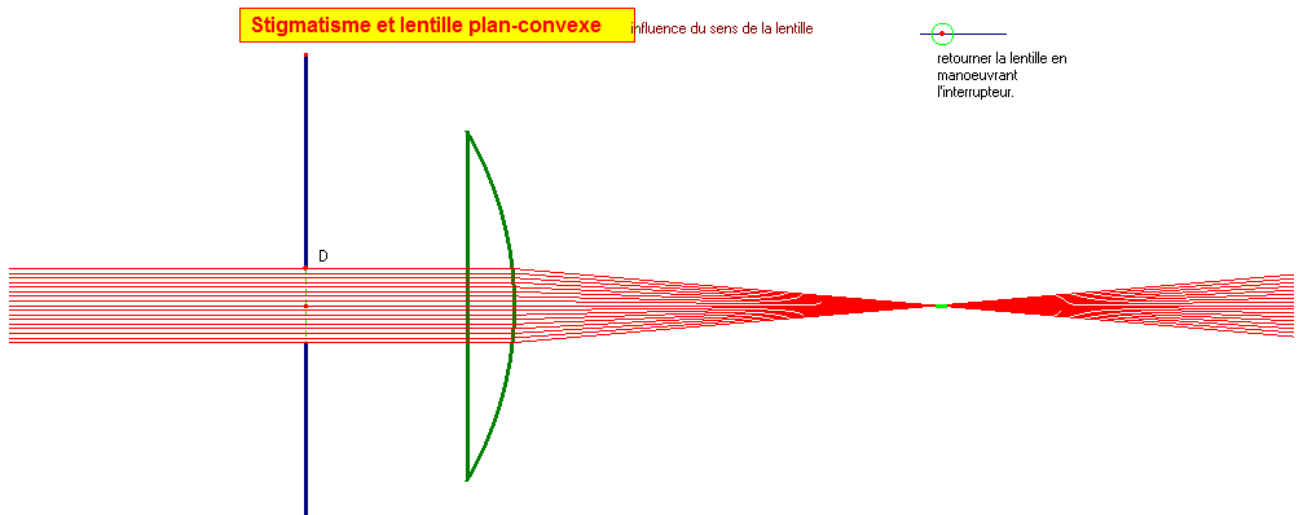
- rétine → sera assimilée à un écran,
- cristallin → sera représenté par une lentille convergente à focale variable,
- pupille (iris) → correspond à un diaphragme. (voir chapitre 7. L'œil)

Illustration : simulation à l'aide des fichiers « lentconv » et « senslent ».

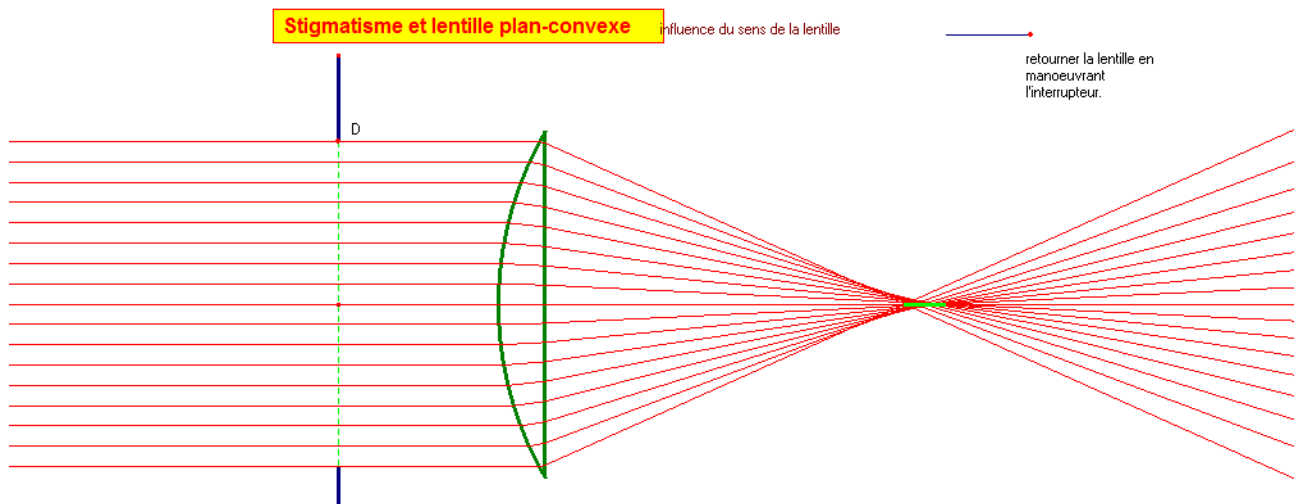
Aberrations géométriques : angle d'émergence des rayons par rapport à la normale au dioptre de sortie de grande valeur pour les rayons périphériques. Il n'y a pas stigmatisme.



Sélection des rayons paraxiaux par un diaphragme : retour aux conditions de Gauss, stigmatisme approché.



Inversion du sens de la lentille : les aberrations géométriques sont minimisées.



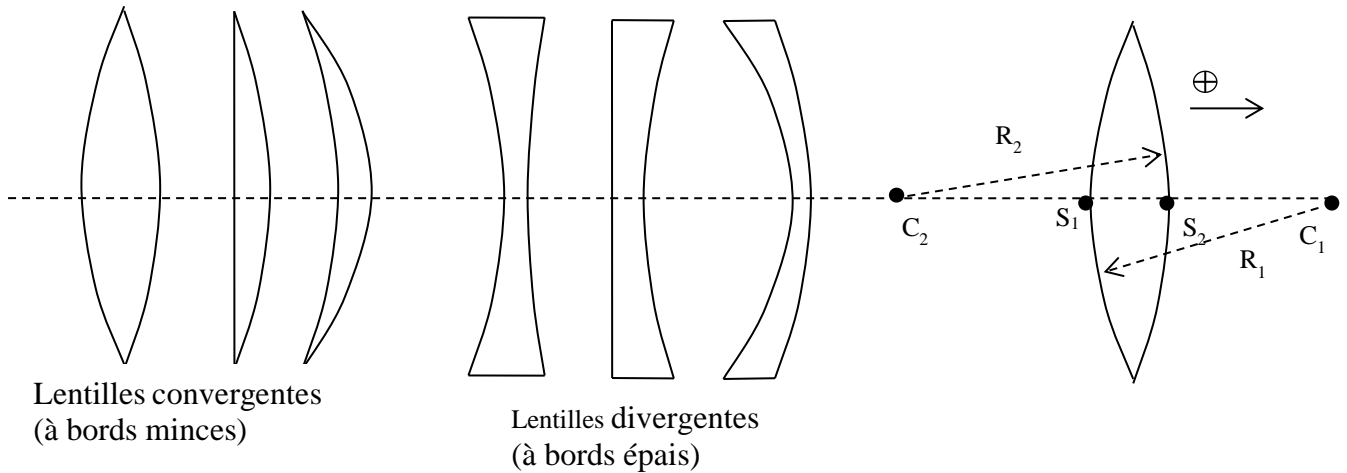
6. Lentilles minces dans les conditions de Gauss.

6.1. Définitions et caractéristiques :

6.1.1. Centre optique :

Une lentille est un milieu transparent homogène et isotrope limité par deux dioptries sphériques ou un dioptre sphérique et un dioptre plan. (On rappelle qu'un dioptre est une surface limitant deux milieux d'indices différents).

On distingue six sortes de lentilles (respectivement biconvexe, plan convexe, ménisque convergent, biconcave, plan concave et ménisque divergent).

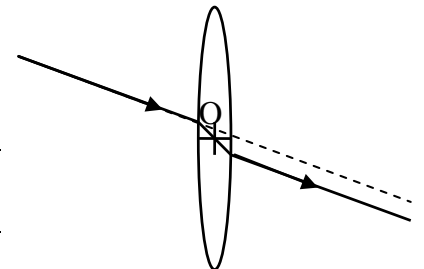


L'axe principal de la lentille passe par les centres de courbure des deux dioptries sphériques (points C_1 et C_2), ou est perpendiculaire au dioptre plan et passe par le centre du dioptre sphérique. L'intersection de l'axe avec le dioptre est le sommet (points S_1 et S_2).

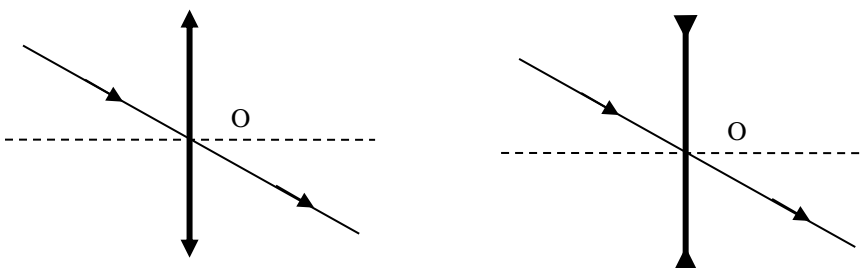
Pour tout système centré, il existe un point O de l'axe optique nommé **centre optique**, tel qu'un rayon lumineux passant par ce point ne soit pas dévié par le système.

Une lentille est considérée comme mince si l'on peut considérer par approximation que les sommets S_1 et S_2 des deux dioptries sont pratiquement confondus avec le centre optique O .

Dans le cas des lentilles minces, le rayon passant par le centre optique n'est donc ni dévié ni même décalé.



Tout rayon incident passant par le centre optique O d'une lentille mince traverse cette lentille sans subir de déviation ni de décalage.



6.1.2. Caractère focal des lentilles minces :

(a) : Foyer principal image ; plan focal image ; distance focale image :

Nous nous sommes tous déjà amusés à carboniser un morceau de papier au moyen d'une loupe focalisant les rayons du Soleil. Il faut voir là l'étymologie (et la définition) du foyer d'une lentille. Le Soleil, source lumineuse très éloignée, éclaire la Terre par un faisceau de rayons pratiquement parallèles...

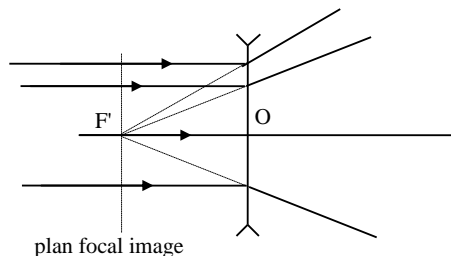
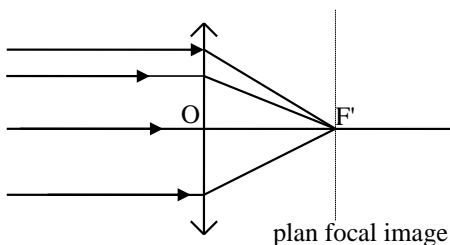
On constate expérimentalement qu'un faisceau parallèle, de direction identique à celle de l'axe optique, va converger, après passage dans la lentille, en un point F' de l'axe optique.

F' est appelé le **foyer principal image** de la lentille.

F' est réel pour une lentille convergente. F' est virtuel pour une lentille divergente.

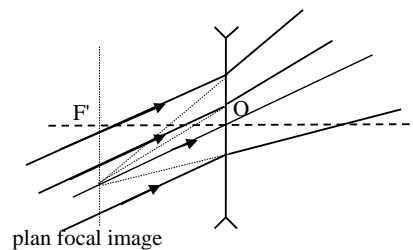
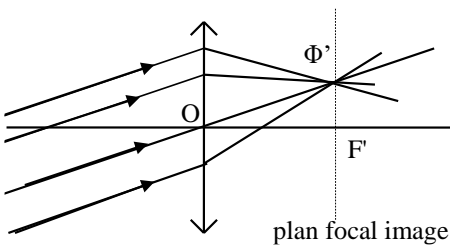
On nomme **distance focale image** la distance algébrique : $f' = \overline{OF'}$

$f' > 0$ pour une lentille convergente. $f' < 0$ pour une lentille divergente.



On nomme **plan focal image** le plan de front (plan perpendiculaire à l'axe optique) passant par F' .

Tout point du plan focal image est un **foyer secondaire image**.



A ce titre, un foyer secondaire Φ' est le point où se forme l'image d'un objet situé à l'infini, émettant un faisceau parallèle de direction différente de celle de l'axe optique.

Tout faisceau parallèle, de direction différente de celle de l'axe optique, convergera, après passage dans la lentille, en un foyer secondaire Φ' .

On déterminera Φ' en considérant le cas particulier du rayon passant par le centre optique O, non dévié :

Φ' est le point d'intersection de ce rayon avec le plan focal image.

(b) : Foyer principal objet ; plan focal objet ; distance focale objet :

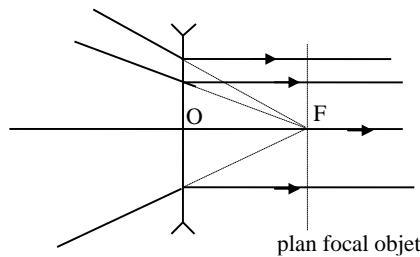
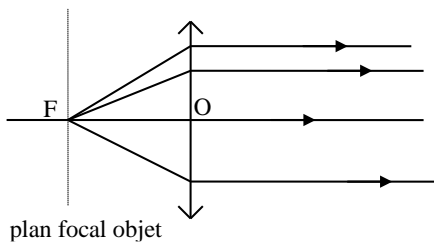
On constate expérimentalement qu'une source ponctuelle, placée en un certain point F de l'axe optique, fournit après passage dans la lentille, un faisceau parallèle, de direction identique à celle de l'axe optique.

F est appelé **foyer principal objet** de la lentille.

F est réel pour une lentille convergente. F est virtuel pour une lentille divergente.

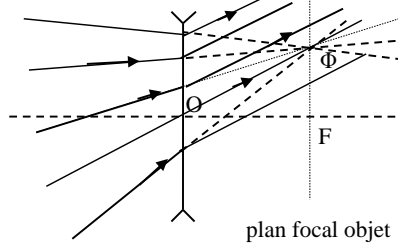
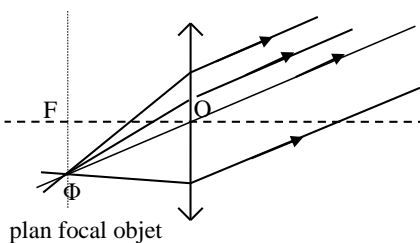
On nomme **distance focale objet** la distance algébrique : $f = \overline{OF}$

$f < 0$ pour une lentille convergente. $f > 0$ pour une lentille divergente.



On nomme **plan focal objet** le plan de front (plan perpendiculaire à l'axe optique) passant par F. Tout point du plan focal objet est un **foyer secondaire objet**.

A ce titre, l'image d'un foyer secondaire objet Φ est rejetée à l'infini, comme elle l'avait été dans le cas du foyer principal. Tout faisceau issu de Φ conduit, après passage dans la lentille, à un faisceau parallèle, dont la direction est donnée par la droite passant par Φ et le centre optique.



(c) : Symétrie des lentilles minces ; vergence :

Si l'on se limite au cas de lentilles minces, formées d'un verre homogène et isotrope, baignant dans un milieu d'indice n, identique pour les faces d'entrée et de sortie.

On a alors la relation : $f' = \overline{OF'} = \overline{FO} = -f$.

Les foyers principaux objets et images sont **symétriques** par rapport au centre optique.

La modélisation de la lentille en une lentille mince amène à l'envisager comme un objet symétrique.

Il s'ensuit que le sens d'utilisation d'une telle lentille n'a pas d'importance.

Les valeurs absolues des distances focales images et objets étant égales, on nomme, par abus de langage, **distance focale**, sans précision complémentaire, la distance focale image de la lentille.

En effet, la donnée de cette seule caractéristique est suffisante pour définir complètement une lentille mince.

En pratique, on caractérise couramment une lentille par sa **vergence**, notée C' , définie comme l'inverse de sa distance focale (image) :

$$C' = \frac{1}{f'}$$

C' s'exprime en **dioptries** (symbole δ). $1\delta = 1 \text{ m}^{-1}$

La vergence d'une lentille convergente est positive. Sa valeur absolue est d'autant plus grande que sa distance focale est courte (donc que le caractère convergent de la lentille est marqué).

La vergence d'une lentille divergente est négative. Sa valeur absolue est d'autant plus grande que sa distance focale est courte (donc que le caractère divergent de la lentille est marqué).

6.2. Construction géométrique des images dans l'approximation de Gauss :

Les propriétés de définition du centre optique, des foyers principaux, et au besoin des foyers secondaires, permettent dans tous les cas de tracer les rayons lumineux définissant la conjugaison optique réalisée par la lentille.

Les règles suivantes permettent le tracé de trois rayons lumineux, déterminant l'image produite par un objet donné :

- tout rayon lumineux passant par le centre optique traverse la lentille sans déviation (1).
- tout rayon incident parallèle à l'axe optique passe par le foyer image (ou semble issu du foyer image) après avoir traversé la lentille (2).
- tout rayon incident passant par le foyer objet (ou intercepté alors qu'il allait passer par le foyer objet) est parallèle à l'axe optique après traversée de la lentille (3).
- tous les rayons arrivant avec une même direction incidente vont émerger de la lentille en passant, réellement ou virtuellement par un même foyer secondaire image. Ce foyer secondaire image est déterminé par le rayon incident passant par le centre optique de la lentille (4).
- tous les rayons incidents passant, réellement ou virtuellement, par un foyer secondaire objet, vont émerger de la lentille avec une même direction. Cette direction est déterminée par la droite passant par le foyer secondaire objet et par le centre optique de la lentille (5).

Les deux dernières règles sont une adaptation des règles (2) et (3) au cas des foyers secondaires, en remplaçant la direction de l'axe optique par celle correspondant à la droite passant par ce foyer secondaire et le centre optique.

Cas 1 : Lentille convergente, objet réel, image réelle renversée.
(Voir document annexe : construction d'images géométriques)

Cas 2 : Lentille divergente, objet réel, image virtuelle droite.
(Voir document annexe : construction d'images géométriques)

6.3. Relations de conjugaison et grandissement transversal :

Ces relations permettant d'obtenir, par le calcul, la position et la grandeur de l'image, connaissant la position et la grandeur de l'objet.

A titre de réflexion, on présente ci-après une démarche permettant d'établir les relations de grandissement et de conjugaison en exploitant le théorème de Thalès. **Cette démarche n'est aucunement exigible**, le programme ne demande que de savoir exploiter un formulaire fourni. Nous allons raisonner sur la figure correspondant au cas 1, mais les résultats obtenus pourront s'appliquer à tous les cas de figure.

Ces formules seront fournies dans les sujets. On ne demande donc pas un travail de mémorisation, mais il s'agit de savoir qu'elles existent et surtout d'avoir réfléchi à la façon de les utiliser, et de les utiliser à bon escient, ce qui n'est pas le plus facile !

définition : le grandissement transversal est

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Soulignons le fait que γ est une grandeur algébrique.

γ est donc un rapport algébrique, dont la valeur absolue est le rapport entre la taille de l'image et la taille de l'objet.

Lorsque $\gamma > 0$, l'objet AB et l'image A'B' sont de même sens. On dit que l'image est **droite**.

Lorsque $\gamma < 0$, l'objet AB et l'image A'B' sont de sens opposés. On dit que l'image est **renversée**.

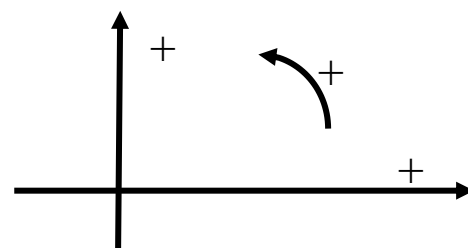
($\gamma < 0$ dans le cas représenté plus haut).

L'algèbrisation du problème implique de définir conventionnellement une orientation positive pour les axes horizontaux, verticaux et pour les angles.

La convention usuelle est de prendre pour sens positif le sens de propagation de la lumière incidente, dans la direction horizontale.

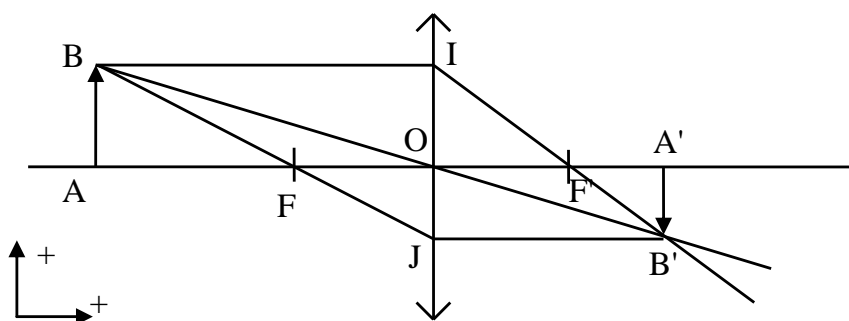
Pour la direction verticale, le sens positif sera usuellement choisi vers le haut de la figure.

Le sens trigonométrique sera choisi comme sens positif pour les angles.



(a) Relations de Newton : grandissement et conjugaison avec origine aux foyers :

Ces relations, dites de Newton, permettent d'expliciter le grandissement transversal en fonction de la position de l'objet ou de l'image, **repérée par rapport aux foyers**.



Les triangles FAB et FOJ étant semblables :

$$\frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \quad \text{or : } \overline{OJ} = \overline{A'B'} ; \overline{FO} = -\overline{OF} = -f = f'$$

$$\text{d'où : } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}}$$

De même, les triangles $F'A'B'$ et $F'OI$ étant semblables : $\frac{\overline{OI}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{F'O}}{\overline{F'A'}}$

or : $\overline{OI} = \overline{AB}$; $\overline{F'O} = -\overline{OF'} = -f'$

d'où : $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{-f'}{\overline{F'A'}}$

On peut donc exprimer le grandissement transversal :

$$\boxed{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{-\overline{F'A'}}{f'}}$$

Formules de Newton pour le grandissement.

Egalités qui conduisent à : $\boxed{\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2}$ **Formule de Newton pour la conjugaison**

Les formules de conjugaison établissent une relation entre la position de l'objet et celle de l'image.

Conclusion :

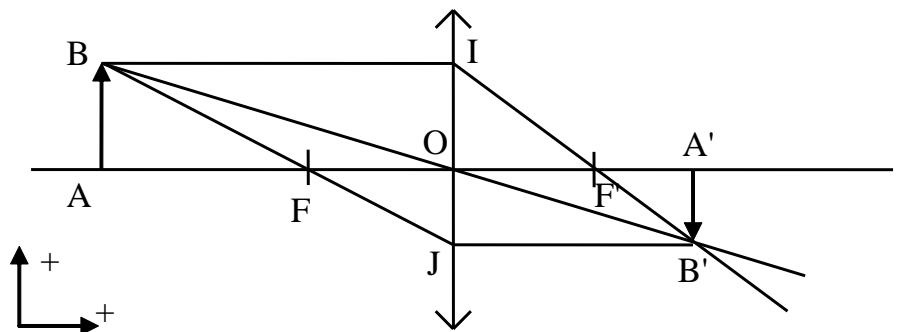
Les formules de Newton font intervenir les positions des images et objet par rapport aux foyers des lentilles. Elles s'emploient naturellement dans des problématiques où l'on positionne image et objets en se référant à ces foyers.

(b) Relations de Descartes : grandissement et conjugaison avec origine au centre optique :

Les triangles ABO et $A'B'O$ étant semblables :

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$$

Formule de Descartes pour le grandissement.



D'après la première formule de Newton : $\gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Soit : $f' \cdot \overline{OA} = \overline{FA} \cdot \overline{OA'} = (\overline{OA} - \overline{OF}) \cdot \overline{OA'} = \overline{OA} \cdot \overline{OA'} - \overline{OF} \cdot \overline{OA'}$

Or : $\overline{OF} = f = -f'$ d'où : $\overline{OF'} \cdot \overline{OA} = \overline{OA'}(\overline{OA} + \overline{OF'})$

Soit en divisant l'expression par $\overline{OF'} \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OA'}$: $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA}}$

$$\text{Soit : } \boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

formule de Descartes pour la conjugaison.

Relations que l'on exprime souvent en posant :

f' : distance focale image $f' = \overline{OF'}$ p : position de l'objet $p = \overline{OA}$

p' : position de l'image $p' = \overline{OA'}$

Soit : $\gamma = p' / p$

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

Conclusion :

Les formules de Descartes font intervenir les positions des images et objet par rapport au centre optique du système. Elles s'emploient naturellement dans des problématiques où l'on se réfère à la position du centre optique.

6.4. Image d'un objet très éloigné :

A grande distance d'un instrument optique, c'est à dire à un grand nombre de fois sa focale, les rayons lumineux émis par chaque point objet sont reçus par la première lentille sous forme d'un faisceau parallèle.

L'inclinaison de ces faisceaux parallèles par rapport à l'axe de visée aura des valeurs comprises entre 0 et α , correspondant aux extrémités A et B de l'objet. L'objet AB est vu sous l'angle α .

Cette situation est couramment rencontrée en astronomie. On parle de **diamètre apparent** pour la Lune ou pour le soleil ($\alpha \approx 1/100$ rad).

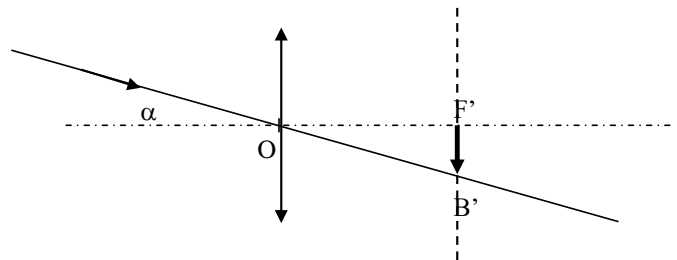
Rappel - conversion des degrés en radian : $360^\circ = 2\pi$ rad, donc : $\alpha(\text{rad}) = (\pi/180) \cdot \alpha(^\circ)$

L'image de l'objet AB se formera dans le plan focal de l'instrument. L'image A' de A sera confondue avec son foyer, tandis que B' sera un foyer secondaire.

La construction, dans le cas d'une lentille convergente mène à :

On calcule la taille de l'image par :

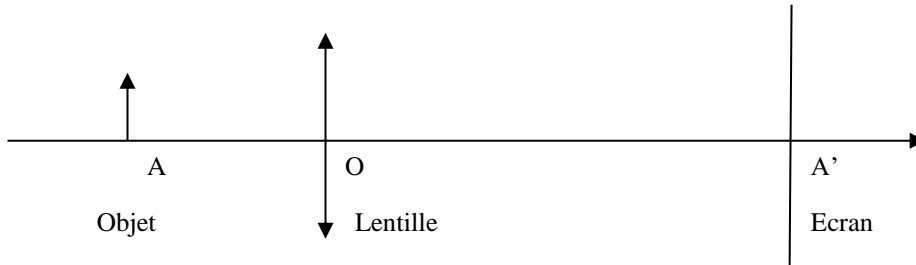
$$A'B' = f \cdot \tan \alpha \approx \alpha \cdot f$$



6.5 Condition de projection d'un objet réel en une image réelle :

Un certain nombre de situation concrète consistent en la projection d'une image réelle sur un support (écran, capteur photo-électronique...) à partir d'un objet réel : vidéoprojecteur, appareil photographique...

Si l'on souhaite réaliser la projection sur un écran de l'image réelle d'un objet réel. Ceci implique de satisfaire à trois contraintes :



- l'objet étant réel, sa position algébrique $p = \overline{OA}$ sera nécessairement négative
- l'image étant réelle, sa position algébrique $p' = \overline{OA'}$ sera nécessairement positive
- objet et écran doivent être situés dans des plans conjugués, ce qui se traduit par la relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ (1) où f' est la distance focale de la lentille de projection.

La distance objet écran D répond à : $D = \overline{AA'} = p' - p$ ce qui amène : $p' = D + p$

En introduisant cette relation dans (1), il vient : $\frac{1}{D+p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$

qui se réécrit sous forme d'une équation du second degré sur p : $p^2 + Dp + Df' = 0$

Cette équation n'admet de solution réelle qu'à condition que son discriminant Δ soit positif.
Soit $\Delta = D^2 - 4Df' \geq 0$

On en déduit une condition reliant D à la focale f' : $D \geq 4f'$

Il est donc impossible d'obtenir une image réelle d'un objet réel à partir d'une lentille de focale f' si la distance objet-écran D ne respecte pas cette condition $D \geq 4f'$

Applications : cas de systèmes à lentille unique.

Projection d'une image :

Un objet réel (fente en forme de F) de taille $AB = 5,0$ cm, est placé 30 cm en avant d'une lentille convergente de focale $f' = 0,25$ m.

Quelle doit être la distance entre la lentille et l'écran de projection ? Quelle sera la taille de l'image obtenue ?

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f'} \text{ donne, avec ici : } f' = +0,25 \text{ m et } p = -0,30 \text{ m : } p' = \frac{pf'}{p+f'} = 1,5 \text{ m}$$

$$\gamma = \frac{p'}{p} \text{ donne : } \overline{A'B'} = \overline{AB} \cdot \frac{p'}{p} = -25 \text{ cm} \quad \text{L'image est réelle, et renversée.}$$

Observation d'un objet à l'aide d'une loupe.

L'utilisateur souhaite observer un petit objet, de façon à ce que l'image se forme à 25 cm de son œil, situé à 10 cm de la loupe.

A quelle distance doit-il placer la loupe de l'objet ? Quelle sera la nature et la taille de l'image observée ?

La loupe employée est une lentille convergente de focale $f' = 10$ cm.

$p' = -25 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = -15 \text{ cm}$. (faire un schéma !)

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{f'} \text{ donne, avec ici } f' = +10 \text{ cm : } p = \frac{p'f'}{f' - p'} = -6,0 \text{ cm}$$

$$\gamma = \frac{p'}{p} \text{ donne : } \gamma = \frac{p'}{p} = +2,5 \text{ L'image est droite, plus grande que l'objet...}$$

Image par un appareil photographique, tirage de l'objectif.

Un appareil photographique peut se modéliser simplement par une lentille simple convergente de focale f' , dont la position est réglable, associé à un écran figurant le capteur CCD sur lequel doit se former l'image.

a) Objet à « l'infini » :

Envisageons d'abord la prise de vue sur un objet très éloigné.

L'objet étant à l'infini (au sens optique du terme), l'image se forme dans le plan focal de l'objectif. La distance objectif-capteur doit donc être alors égale à f' .

Ceci va correspondre à la position de repos de l'objectif (position par défaut, en l'absence de mise au point).

b) Objet à distance finie :

On veut maintenant évaluer le déplacement τ nécessaire pour la mise au point sur un objet situé à 1,20 m. On aura donc $\tau = \overline{F'A'}$. L'accès à τ se fait donc naturellement par la relation de conjugaison selon Newton.

Exprimons d'abord $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = f' + \overline{OA} = 50 \cdot 10^{-3} - 1,20 = -1,15$ m

D'où : $\tau = - (f')^2 / \overline{FA}$ soit numériquement : $\tau = 2,17$ mm.

Pour la mise au point, l'objectif va donc se translater de 2 mm environ par rapport au capteur CCD. En pratique, l'amplitude de ce mouvement étant très limitée, on ne pourra pas mettre au point l'appareil à une distance inférieure à environ 1 m.

c) Taille de l'image :

L'objet photographié mesure 50 cm. Quelle sera sa taille sur le capteur CCD ?

A combien de pixels cela correspond-il ? Le capteur CCD est supposé de format 24 mm x 36 mm, la taille d'un pixel étant de l'ordre de 6 μm (capteur à 24 Mégapixels).

Par la relation de grandissement : $\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} = \frac{f'}{\overline{FA}} \overline{AB}$ soit $\overline{A'B'} = -2,2$ cm.

La surface totale du capteur est de $24 \cdot 10^{-3} \times 36 \cdot 10^{-3} = 8,64 \cdot 10^{-4}$ m².

Ayant 24 Mpx répartis sur cette surface, chacun d'eux a une surface de l'ordre de : $8,64 \cdot 10^{-4} / 24 \cdot 10^6 = 3,6 \cdot 10^{-11}$ m².

En assimilant chaque pixel à un carré de côté a , donc de surface unitaire a^2 , la taille des pixels est de l'ordre de :

$$a = \sqrt{3,6 \cdot 10^{-11}} = \sqrt{36 \cdot 10^{-12}} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 6 \mu\text{m}$$

L'image est donc renversée. Sa taille sera de 22 mm ce qui correspond à : $3,7 \cdot 10^3$ pixels.

7. L'œil :

7.1 Modélisation :

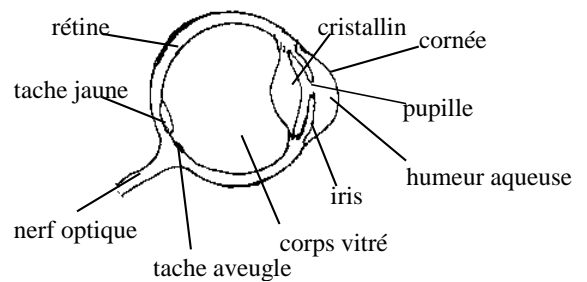
a) Structure physiologique :

(pour information)

La lumière rencontre successivement la cornée (fine membrane), une chambre remplie d'humeur aqueuse, limitée transversalement par l'iris jouant le rôle de diaphragme et formant la pupille, le cristallin jouant le rôle de lentille, une chambre remplie d'un corps vitré et enfin la rétine.

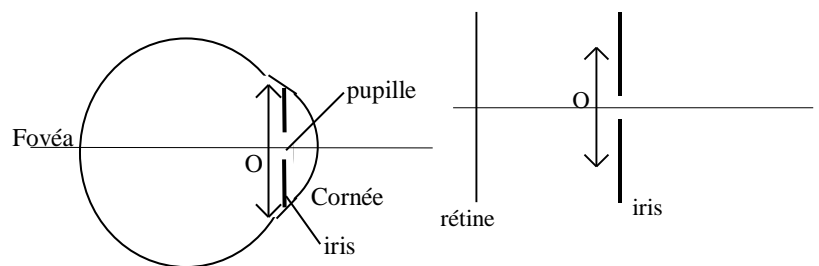
Cette dernière est constituée de cellules sensibles à la lumière qui envoient un signal électrique sous forme d'influx nerveux au cerveau par l'intermédiaire du nerf optique.

Le cerveau interprète les données qu'il reçoit : retournement de l'image et impression de relief grâce aux informations transmises par les deux yeux (vision stéréoscopique).



b) Structure optique de l'œil, modélisation :

- rétine → écran,
- cristallin → lentille convergente à focale variable,
- pupille (iris) → diaphragme.



La pupille joue le rôle de diaphragme : les seuls rayons utiles sont ceux passant à travers ce diaphragme, et arrivant sur la partie sensible de la rétine : ces rayons sont faiblement inclinés sur l'axe. L'œil est donc placé dans les conditions de Gauss. Il est approximativement stigmatique et aplanétique.

Remarque : le cristallin donne sur la rétine une image renversée des objets observés. (Le cerveau les ré-inverse).

7.2 Accommodation :

Ce processus s'obtient par la déformation du cristallin à l'aide des muscles qui le soutiennent, faisant ainsi varier sa distance focale en modifiant sa courbure. Ceci permet d'observer des objets à différentes distances.

Deux limites d'accommodation :

• **Punctum proximum** (Pp) : la position de Pp évolue avec l'âge : 5-7 cm (naissance) ; 15 cm (30 ans), 40 cm (50 ans) ...

On considère en général comme distance moyenne, pour un œil normal : 25 cm.

Cette distance est la distance minimale de vision distincte.

• **Punctum remotum** (PR) : distance maximale de vision distincte ; à l'infini pour un œil normal.

Remarque : il est en fait possible de voir plus près que le punctum proximum Pp, mais l'œil se fatigue alors très vite.

L'œil emmétrope (œil normal) est au repos quand il n'accommode pas, c'est-à-dire quand il observe un objet à l'infini.

Distance focale de l'œil :

- Avec un objet à l'infini, le plan focal image correspond à la macula (tache jaune).
La focale de l'œil vaut alors : $f'_R = 15 \text{ mm}$ (pour $\overline{OA} = -\infty$, $\overline{OA'} = f'$) (distance cristallin-fovéa)

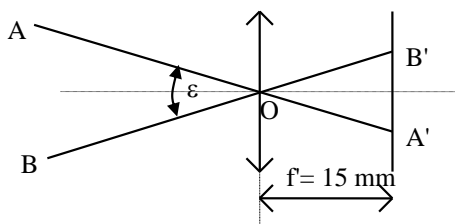
- Quand l'œil accommode au maximum (Pp), à partir de la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

on tire $f'_p = 14,2 \text{ mm}$ (avec $\overline{OA} = -25 \text{ cm}$, $\overline{OA'} = +15 \text{ mm}$)

7.3 Résolution angulaire ou pouvoir séparateur :

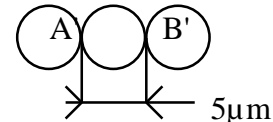
C'est l'aptitude qu'à un instrument optique à séparer deux points objets proches.



A et B, points à l'infini sont distincts si leurs images A' et B' se forment sur deux cellules non adjacentes de la rétine (sinon ces cellules s'influencent).

Les positions A' et B' sont déterminées par les rayons issus respectivement de A et de B et passant par le centre optique O.

→ il faut au moins une cellule intermédiaire :



On a donc : $A'B' > 5 \mu\text{m}$, avec $\tan \varepsilon = 2 \frac{A'B'/2}{f'} = \frac{A'B'}{f'}$

Soit en confondant l'angle ε avec sa tangente, puisqu'il est très faible : $\varepsilon > 5 \mu\text{m}/15 \text{ mm}$;
soit finalement $\varepsilon > 3.10^{-4} \text{ rad} \approx 1 \text{ minute d'arc}$

Conclusion : Le **pouvoir séparateur** de l'œil (ou **résolution angulaire**) est d'environ 1 minute d'arc dans des conditions idéales de visibilité. C'est une valeur à mémoriser.

Rappelons que la minute d'arc, notée 1' correspond à 1/60 degré (comme une minute temporelle est égale à 1/60 heure). On définit de même la seconde d'arc comme 1'' = (1/60).1'.

Application : observation d'un objet à l'aide d'une loupe (suite)

L'observation à l'œil nu est optimale au punctum proximum, soit à distance $D = 0,25 \text{ m}$. La limite de résolution angulaire de $\varepsilon = 1'$ amène alors à pouvoir distinguer deux points séparés d'une distance minimale : $d_m = \varepsilon.D = 7,3.10^{-5} \text{ m} \approx 0,1 \text{ mm}$

En employant une loupe, dans les conditions étudiées au 6.3, l'œil bénéficie d'un grandissement de 2,5. La limite de résolution angulaire porte sur l'image observée, ce qui amène, pour l'objet réel observé, à une distance minimale $d'_m = d_m / \gamma = 3,0.10^{-5} \text{ m} \approx 0,03 \text{ mm}$.

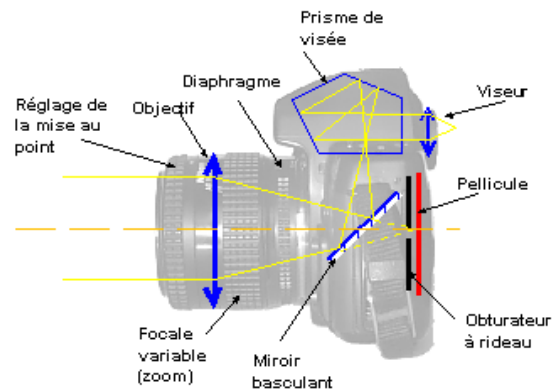
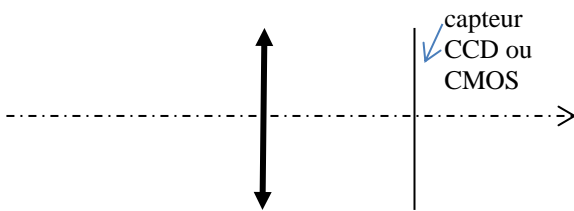
8. L'appareil photographique :

8.1 Focale de l'objectif, taille de l'image.

Dans un modèle simple, un appareil photographique doté d'un objectif à focale fixe pourra être représenté par une lentille mince, unique, caractérisée par sa focale f' , associée à un plan figurant la position du capteur optoélectronique enregistrant les images (CCD ou CMOS). Ce capteur sera caractérisé par sa taille (longueur x largeur) et par le nombre de pixels qu'il comporte (en Mégapixels usuellement).

Les appareils argentiques répondent à la même représentation, si ce n'est que le capteur est remplacé par une pellicule photosensible.

Schéma de principe d'un appareil photo à visée reflex.



La mise au point de l'appareil est obtenue en déplaçant l'objectif par rapport au plan du capteur.

Usuellement, la prise de vue sera réalisée avec un objet situé à une distance OA grande devant la focale f' de l'objectif. Typiquement, pour une focale fixe : $f' = 50$ mm.

Les objets photographiés étant relativement éloignés de l'objectif (par rapport à la distance focale f'), les images se formeront dans des plans situés à proximité du plan focal image de l'objectif.

Dans toute la suite, ce document n'aborde pas les questions relatives à l'emploi d'objectif plus élaborés (macrophotographie, zoom téléobjectifs) demandant une modélisation avec plusieurs lentilles (au moins deux).

La valeur de focale f' va notamment conditionner la taille de l'image formée sur le capteur, pour une taille donnée de l'objet. La formule de grandissement : $\gamma = f' / \overline{FA}$ montre que pour une position donnée la taille de l'image sera proportionnelle à la focale.

8.2 Diaphragme : ouverture, durée d'exposition.

L'ouverture d'un objectif photographique est le réglage qui permet d'ajuster le diamètre d'ouverture D du diaphragme. Elle est caractérisée par le nombre d'ouverture ou ouverture géométrique, plus fréquemment notée « f / N ». Ce nombre sans dimension est défini comme le rapport de la focale f' au diamètre d de la pupille d'entrée :

$$N = \frac{f'}{D}$$

À focale constante, l'augmentation du nombre d'ouverture est la conséquence de la fermeture du diaphragme : elle a pour effets la réduction de l'éclairement du capteur ou de la pellicule, l'augmentation de la profondeur de champ et, dans une moindre mesure, la réduction des aberrations géométriques et chromatiques, l'augmentation de l'influence de la diffraction.



Exposition. vitesse d'obturation.

Les surfaces sensibles, qu'il s'agisse de pellicules argentiques ou de capteurs électroniques, réagissent selon l'exposition lumineuse φ , produit de l'éclairement reçu E et du temps de pose τ (défini par la « vitesse d'obturation » ou durée d'exposition) : $\varphi = E \cdot \tau$.

Le diaphragme arrête une partie de la lumière quand on le ferme. Il permet de modifier l'éclairement reçu par la surface sensible. Pour une mise au point à l'infini, l'éclairement reçu par le capteur ou la pellicule est proportionnel à la section d'ouverture, donc au carré de diamètre d'ouverture D .

L'éclairement de la surface sensible est donc inversement proportionnel au carré du nombre d'ouverture $N = f/D$.

L'exposition peut ainsi être modifiée soit par modification de l'ouverture, soit par modification de la durée d'exposition.

- Quand on **augmente l'ouverture, plus de lumière** peut rentrer. Le diaphragme sera ouvert à un plus grand diamètre au déclenchement.
- Quand on **augmente la durée d'ouverture, plus de lumière** peut rentrer (donc on *diminue la vitesse d'obturation*, car plus la vitesse est faible, plus le temps est long).

L'**augmentation** de l'ouverture ou du temps d'ouverture fait rentrer **plus de lumière**, et donc **augmente l'exposition**.

Activité :

Deux photographies (1) et (2) sont prises avec la même focale f , et des nombres d'ouverture N de valeurs respectives $N_1 = 2,8$ et $N_2 = 16$.

N est défini comme le rapport $N = f/D$ où D est le diamètre d'ouverture de l'appareil.

Les deux photos sont identiquement exposées pour des durées d'exposition τ respectives de valeurs $\tau_1 = 1/125$ s et $\tau_2 = 1/4$ s.

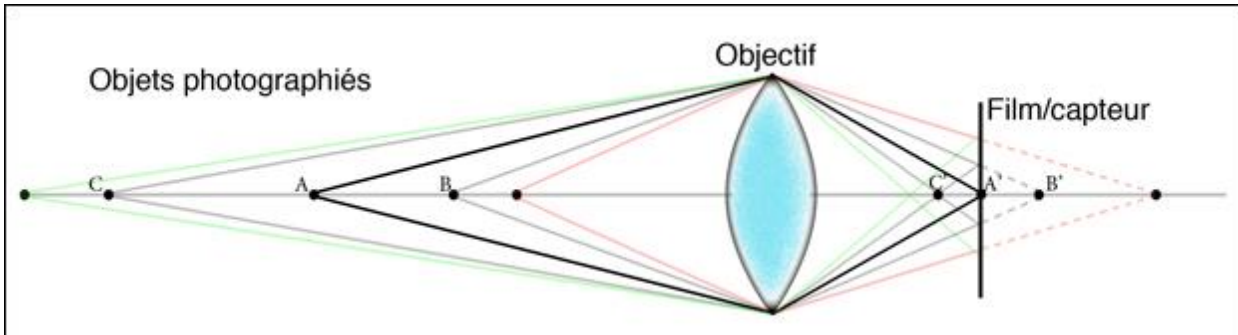
Quelle est la relation entre τ et le diamètre d'ouverture D ? En déduire que la quantité τ/N^2 gardera ici une valeur quasiment constante. Vérifier numériquement.

8.3 Profondeur de champ

La profondeur de champ est l'intervalle des positions d'objet qui vont conduire à une image nette. Si la profondeur de champ est **grande**, la **majorité** (voire la totalité) du cliché photographique sera **nette**, si la profondeur de champ est **faible**, seule une **petite partie** du cliché photographique sera **nette**.

Quand on fait la mise au point de l'appareil sur un point de l'objet, son image se forme sur le capteur. Chaque élément ponctuel de l'objet est restitué par un point image. L'image d'un point situé hors du plan conjugué du capteur est une tache qui, si elle est suffisamment petite, sera perçue comme quasi-ponctuelle. Elle doit avoir une taille inférieure à celle du **cercle de confusion** (dont le diamètre, noté e , dépend du format du capteur).

Des objets, placés un peu devant ou derrière le plan de mise au point situé en A (comme les points B et C sur le schéma ci-dessous) formeront des images nettes sur le capteur dans la mesure où leurs taches resteront plus petites que e (diamètre du cercle de confusion). La netteté s'étendra alors devant et derrière le plan de netteté : c'est la profondeur de champ.



La mise au point est réalisée sur A : l'image géométrique A' se forme à la surface du capteur photographique.

Le cercle de confusion délimite la zone sur le capteur conduisant à identifier la tache image comme quasi ponctuelle.



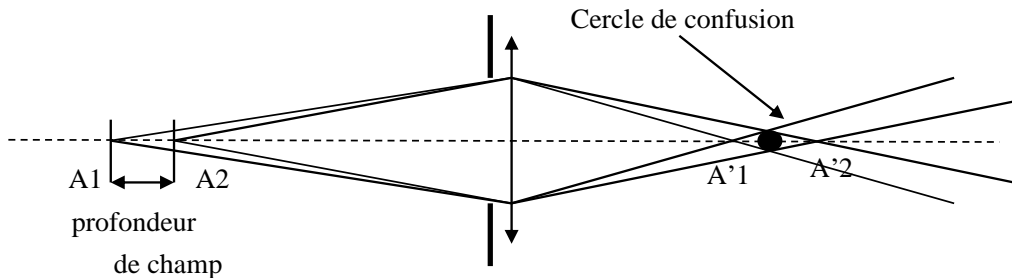
Dans le cas de points de positions B ou C, la tache-image située à l'intérieur du cercle de confusion signifie que les images de B ou C apparaissent comme quasi-ponctuelles.

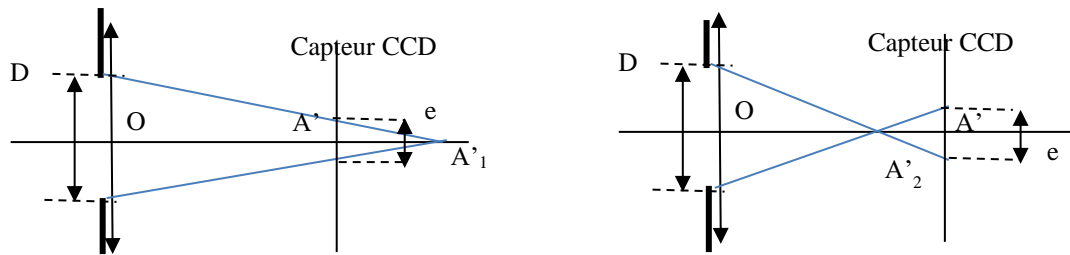
Pour des points situés au-delà de l'intervalle de profondeur de champs, les taches-images formées sur le capteur dépassent le cercle de confusion, et apparaissent ainsi comme flous sur l'image.

Des objets plus éloignés du plan de netteté (placés au-delà de l'intervalle [CB]) sur l'axe optique donneront des images trop grandes sur le capteur (comme on peut le constater sur le schéma), elles ne seront donc pas nettes : on dit qu'elles sont hors profondeur de champ.

En réalité, les rayons parvenant jusqu'au capteur sont limités par la présence d'un diaphragme d'ouverture (et non par le diamètre de l'objectif). Quand on ferme le diaphragme, les rayons lumineux s'inclinent davantage, et forment donc des taches plus petites, suffisamment pour être perçue comme nette. **C'est pourquoi la profondeur de champ est donc plus étendue quand on ferme le diaphragme...**

La détermination de la profondeur de champ sera basée sur la construction suivante :





A' est la position image conjuguée du plan de mise au point de l'appareil.

Les points A'_1 et A'_2 correspondent aux images géométriques des points A_1 et A_2 situés en limite de profondeur de champ.

L'utilisation du théorème de Thalès permet de relier la position de ces points aux paramètres du problème : diamètre d'ouverture D et diamètre du cercle de confusion e .

$$\frac{\overline{OA'_1}}{\overline{A'A'_1}} = \frac{D}{e} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{OA'_2}}{\overline{A'A'_2}} = \frac{-D}{e}$$

L'utilisation des relations de conjugaison $A_1 \rightarrow A'_1$ et $A_2 \rightarrow A'_2$ permet ensuite de remonter aux positions A_1 et A_2 , donc à l'intervalle de profondeur de champ de largeur $L = A_1A_2$.

(voir exercices d'optique géométrique).

9. Systèmes de lentilles :

Ce dernier paragraphe aborde un aspect méthodologique.

9.1 méthode générale :

L'étude d'un système formé par l'adjonction de deux (ou n) lentilles est résumé par la notation :

$$AB \rightarrow A_1B_1 \rightarrow A_2B_2$$

Le traitement de tels problèmes se fera tout simplement de façon séquentielle, en étudiant successivement chacune des étapes de la conjugaison.

Prendre garde au rôle joué par les centres optiques et les foyers des différentes lentilles dans l'application des relations de conjugaison ou de grandissement.

9.2 Foyers d'un système.

Par définition, le foyer principal image d'un système est l'image donnée par le système d'un objet situé à l'infini.

La détermination de la position de ce foyer, par exemple pour un système de deux lentilles se fera selon le schéma : $AB(\infty) \rightarrow A_1B_1 \rightarrow A_2B_2$

L'image intermédiaire A_1B_1 se formera dans le plan focal image de la première lentille.

$$AB(\infty) \rightarrow F'_1B_1 \rightarrow F'B_2$$

La position du foyer F' du système est donc finalement déterminée par la relation de conjugaison portant sur la seconde lentille : $F'_1 \rightarrow F'$

Le foyer principal objet d'un système est tel que son image à travers le système est située à l'infini.

La détermination de la position de ce foyer, par exemple pour un système de deux lentilles se fera selon le schéma : $AB \rightarrow A_1B_1 \rightarrow A_2B_2(\infty)$

L'image intermédiaire A_1B_1 doit donc se former dans le plan focal objet de la seconde lentille.

$$AB \rightarrow F_2B_1 \rightarrow A_2B_2(\infty)$$

La position du foyer F du système est donc finalement déterminée par la relation de conjugaison portant sur la première lentille : $F \rightarrow F_2$

Exemple :

On associe deux lentilles convergentes (L1) et (L2) de focales identiques $f_1 = f_2 = f = 10$ cm, dont les centres optiques O_1 et O_2 sont distants de $d = 5$ cm. On note F_1 et F_2 les foyers objets des deux lentilles et F'_1 et F'_2 leurs foyers images.

Au moyen d'un schéma tracé à l'échelle, déterminer par construction la position du foyer objet F_{sys} du système. Justifier rapidement la position du foyer image F'_{sys} du système.

Déterminer par le calcul la position du foyer objet en utilisant les relations de conjugaison.

Même question pour le foyer image.

9.3 cas des systèmes afocaux.

Il est relativement fréquent d'avoir des systèmes conçus pour être employés sur des objets très éloignés (pratiquement à l'infini) et devant former des images elle-même renvoyées à l'infini, ce qui correspond à l'observation sans accommodation par l'utilisateur.

Ces systèmes doivent donc assurer une conjugaison entre l'infini et l'infini ; on parle de **systèmes afocaux**.

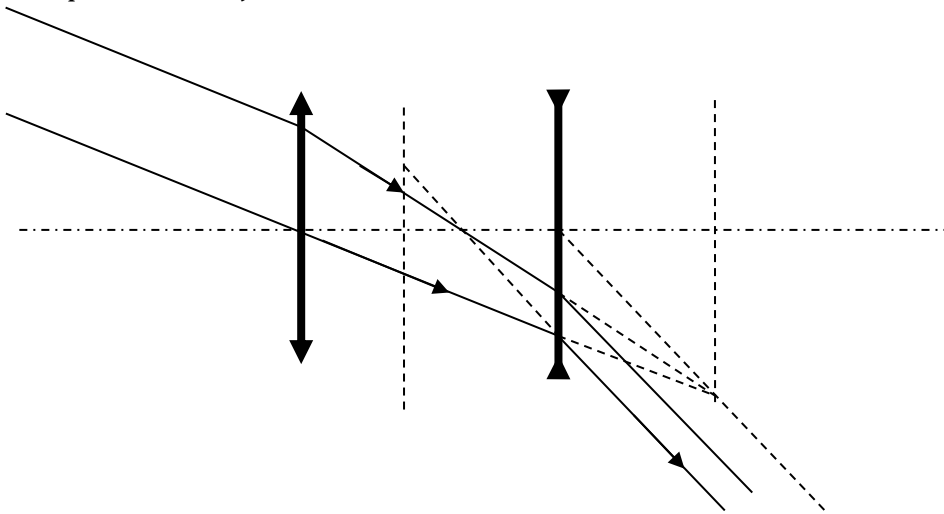
Application : la lunette de Galilée.

C'est un exemple de système afocal. Cet instrument est destiné à l'observation des astres, donc d'objets situés à l'infini. L'utilisateur va régler l'instrument pour une observation sans accommodation, donc avec une image finale à l'infini.

L'instrument est constitué de l'association de deux lentilles : une lentille L_1 convergente de focale f'_1 , et une lentille L_2 divergente de focale f'_2 .

L'emploi de l'instrument est résumé par : $AB(\infty) \rightarrow F'_1B_1 = F_2B_1 \rightarrow A_2B_2(\infty)$

En effet, pour que l'image finale d'un objet situé à l'infini soit elle-même renvoyée à l'infini, ceci suppose que l'image intermédiaire, qui va se former dans le plan focal image de L_1 , soit aussi située dans le plan focal objet de L_2



En s'appuyant sur le schéma (à compléter), on obtient pour taille de l'image intermédiaire :

$$\overline{A_1B_1} = \overline{F'_1B_1} = \alpha \cdot f'_1$$

où α est le diamètre apparent de l'objet situé à l'infini.

L'angle α' sous lequel l'image est observée en sortie de l'instrument répond à :

$$\overline{A_1B_1} = \overline{F'_1B_1} = \overline{F_2B_1} = -\alpha' \cdot f'_2$$

On en déduit finalement le **grossissement** $G = \alpha' / \alpha$, ou grandissement angulaire :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{-f'_1}{f'_2}$$

Remarquons que $G > 0$, ce qui signifie que l'image est droite, ce qui est l'un des intérêts de l'instrument.

Application : étude d'un système à plusieurs lentilles.

Etude d'un microscope.

Un microscope est modélisé par deux lentilles L_1 (objectif) et L_2 (oculaire) de focales respectives f_1 et f_2 et de centres O_1 et O_2 . La distance Δ entre le foyer image F'_1 de L_1 et le foyer objet F_2 de L_2 est fixée à $\Delta = F'_1F_2 = 18$ cm (intervalle optique). On donne $f_1 = 1,0$ cm et $f_2 = 1,5$ cm. L'observateur doit pouvoir utiliser l'instrument sans accommoder.

- 1) Comment doit-on disposer l'objet réel AB pour que l'image finale soit correctement située ?
- 2) Faire un schéma du dispositif en fonctionnement. Pour des raisons pratiques, on ne respectera pas l'échelle sur le tracé : la focale de L_1 est ramenée à 2 cm, celle de L_2 à 3 cm, l'intervalle optique Δ sera pris de 9 cm pour le schéma. On tracera une image intermédiaire de taille 4 cm environ.

Ces valeurs mèneront à un objet d'environ 1 cm, placé à environ 5 mm avant le foyer objet F_1 de L_1 .

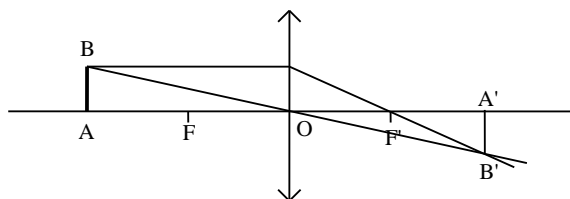
- 3) Quelle est la taille de l'image intermédiaire A_1B_1 obtenue pour les valeurs réelles de f_1 , f_2 et Δ ?
Application numérique pour $AB = 10$ μm .
- 4) Sous quel angle α' cet objet est-il observé à travers l'oculaire ?
Exprimer le grossissement commercial $G = \alpha'/\alpha$ en fonction de f_1 , f_2 et Δ où α est l'angle sous lequel l'objet serait vu à l'œil nu, en se plaçant au punctum proximum (distance D de 25 cm).
Calculer numériquement G .
- 5) Le cercle oculaire est l'image du bord de la lentille objectif donnée par la lentille oculaire. Expliquer pourquoi l'utilisateur devra placer son œil à ce niveau et montrer que ce cercle oculaire va se situer pratiquement dans le plan focal image de la lentille oculaire L_2 .
- 6) Quel diamètre doit-on prendre pour l'objectif si l'on veut obtenir un cercle oculaire d'un diamètre d'environ 1 mm (taille de la pupille de l'utilisateur) ?
- 7) L'utilisateur peut accommoder entre l'infini et 25cm. Quelle est la profondeur de champ pour cette utilisation ?

On pourra procéder à l'étude par les formules de Descartes et par celles de Newton, et discuter leur efficacité.

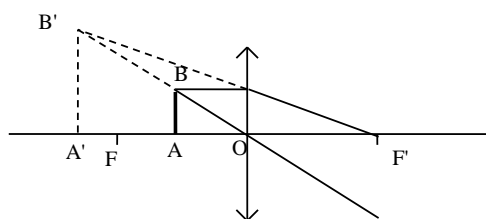
Document annexe : lentilles minces ; construction des rayons

On note O le centre optique, F le foyer objet et F' le foyer image pour chaque lentille.

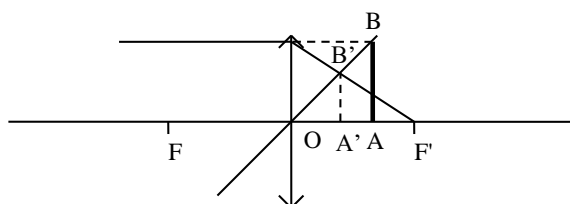
Cas d'une lentille convergente :



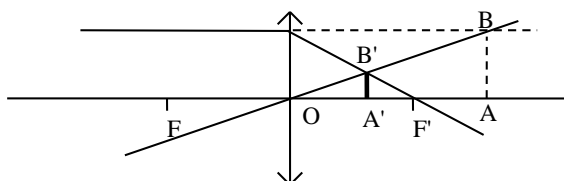
AB avant F : Objet réel, image réelle et renversée.



AB entre F et O : Objet réel, image virtuelle et droite.

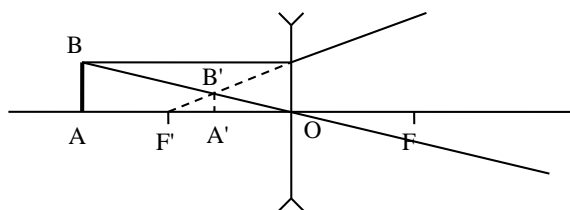


AB entre O et F' : Objet virtuel, image réelle et droite.

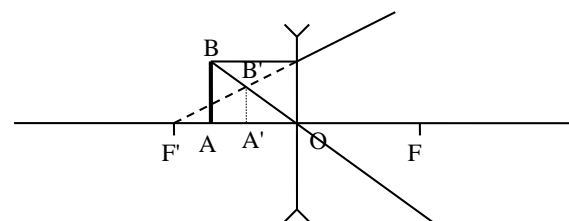


AB après F' : Objet virtuel, image réelle et droite.

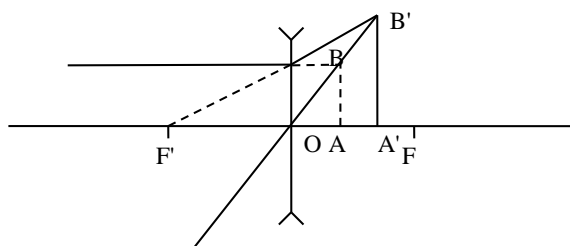
Cas d'une lentille divergente :



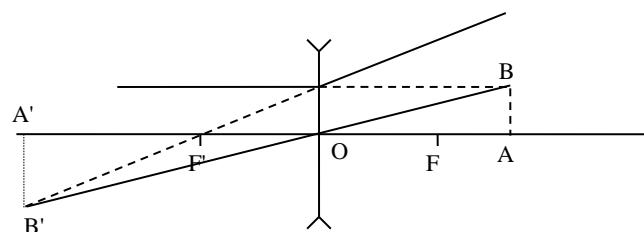
AB avant F' : Objet réel, image virtuelle et droite.



AB entre F' et O : Objet réel, image virtuelle et droite.



AB entre O et F : Objet virtuel, image réelle et droite.



AB après F : Objet virtuel, image virtuelle et renversée.