Les différents types de coniques ; étude en coordonnées polaires.

• Ces résultats sont présentés dans le cas d'une **interaction newtonienne attractive** pour le mobile soumis à une force centrale. Les trajectoires obtenues répondent alors toutes à l'équation polaire :

$$\boxed{r = \frac{p}{1 + e\cos(\theta - \theta_0)}}$$

soit en choisissant l'origine des angles : $\boxed{r = \dfrac{p}{1 + e\cos\theta}}$

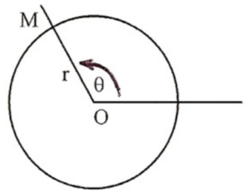
<u>L'excentricité caractérise le type de conique :</u>

Si e > 1 : hyperbole	;	si e = 1 : parabole	;	si 0 ≤ e < 1 : ellipse.

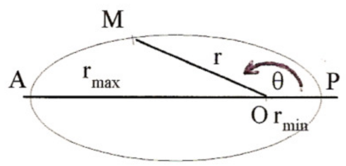
Dans tous les cas, le centre O occupe un des foyers de la conique.

<u>Détaillons ces différents cas :</u>

<u>e = 0 : cercle</u>
le rayon polaire r reste constant : r = p pour tout angle polaire θ.

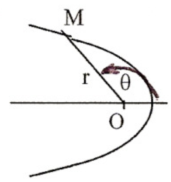


<u>0 < e < 1 : ellipse</u>
le rayon polaire reste compris entre deux valeurs extrêmes : $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$

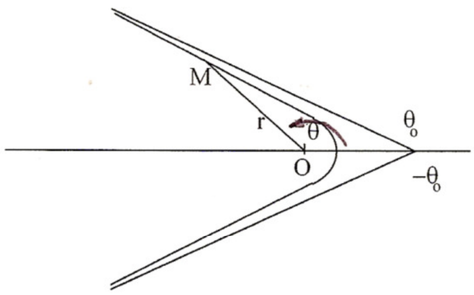


avec $r_{\min} = \dfrac{p}{1+e}$ correspondant au **péricentre** P
(péri**gée** si O est la Terre, péri**hélie** si O est le Soleil) ;
avec $r_{\max} = \dfrac{p}{1-e}$ correspondant à l'**apocentre** A
(apo**gée** si O est la Terre, ap**hélie** si O est le Soleil) ;
r = p pour θ = ± π/2.

<u>e = 1 : parabole</u>
Le rayon polaire passe par un minimum pour θ = 0 :
$r_{\min} = p/2$;
r tend vers l'infini si θ tend vers ± π ;
r = p pour θ = ± π/2.



<u>e > 1 : hyperbole</u>



Le rayon polaire passe par un minimum pour θ = 0 :

$$r_{\min} = \frac{p}{1+e} ;$$

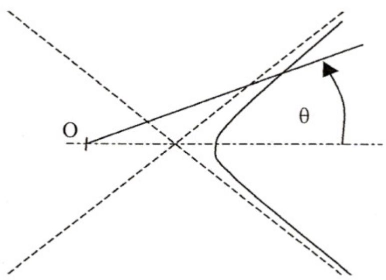
r tend vers l'infini si θ tend vers ± θ_0 ,
avec θ_0 = Arccos(-1/e) ;

r = p pour θ = ± π/2.

• Dans le cas d'une **interaction newtonienne répulsive**, la seule trajectoire possible est une hyperbole.
Le mobile est en effet nécessairement en état de diffusion.
On montre que l'équation polaire prend alors la forme :

$$\boxed{r = \frac{p}{e\cos(\theta - \theta_0) - 1}}$$

soit en choisissant l'origine des angles : $\boxed{r = \dfrac{p}{e\cos\theta - 1}}$



L'angle polaire varie alors sur l'intervalle [-α ; α], où α = arccos(1/e). le péricentre correspond à θ = 0, avec r_{min} = p / (e-1).