3.3 Lois de Kepler.

Un peu d'historique...

Johannes Kepler (1571-1630) énonce en 1604 deux lois régissant le mouvement des astres. Une troisième loi sera établie plus tard en 1618. Ces lois résultent d'une interprétation synthétique des observations réalisées par l'astronome danois Tycho Brahé (1546 – 1601). Il s'agit alors d'une description purement cinématique du mouvement des astres, sans explication causale.

Ce n'est que plus tard, avec Isaac Newton (1642 – 1727) qu'une théorie explicative sera construite en 1687, fondant les principes de la dynamique.

Première loi :

Les orbites des planètes et des comètes sont des ellipses dont le Soleil occupe un des foyers.

Interprétation moderne : l'interaction entre planète et étoile (ou comète et étoile) amène un système lié ; l'interaction gravitationnelle étant newtonienne (en $1/r^2$) ceci implique une trajectoire conique donc en l'occurrence une ellipse ou un cercle.

Seconde loi : la loi des Aires.

Le rayon-vecteur reliant le centre du Soleil à une planète ou une comète balaie des aires égales en des durées égales.

Interprétation moderne : l'interaction gravitationnelle étant une force centrale, le mouvement a lieu avec une conservation du moment cinétique. La vitesse aréolaire du mobile est conservée dans le référentiel astro-centrique.
En coordonnées polaire, l'origine étant en placée au centre d'attraction gravitationnelle, l'expression du moment cinétique est : $\vec{\sigma} = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z}$, ce vecteur étant orthogonal au plan du mouvement.
La vitesse aréolaire, ou aire balayée par le vecteur-position par unité de temps a pour expression :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}r^2\dot{\theta} = \frac{C}{2}$$

où $C = r^2\dot{\theta} = \sigma/m$ est nommée **constante des aires**.

Troisième loi :

Les carrés des périodes de révolution des corps célestes sont proportionnels aux cubes des grands axes de leurs orbites. (Cette dernière loi a été énoncée plus tardivement, en 1618).

Enoncé moderne : on note a le demi-grand axe de la trajectoire elliptique du mobile (a correspond au rayon de la trajectoire dans le cas particulier d'un mouvement circulaire) et T la durée de révolution.

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G.M}{4\pi^2}$$

Cette relation sera établie en cours dans le cas particulier du mouvement circulaire. Sa généralisation au cas d'un mouvement elliptique sera admise.

Le facteur de proportionnalité $GM/(4\pi^2)$ fait intervenir la constante universelle de gravitation $G = 6{,}67.10^{-11}$ usi et la masse du centre attracteur M.

Les résultats énoncés par Kepler sur le cas particulier du mouvement de corps autour du Soleil se généralise évidemment au mouvement autour de n'importe quel astre faisant office de centre d'interaction.

Par exemple, le mouvement lunaire autour de la Terre, dont la période est d'environ 28 jours terrestres, avec un rayon orbital $r = 380.10^3$ km, permet de prévoir une masse terrestre de l'ordre de $M = 6{,}0.10^{24}$ kg.

La troisième loi de Kepler offre donc un moyen d'accéder à la masse d'un astre à partir des observations faites sur le mouvement de corps célestes orbitant autour de lui.

<u>Remarque :</u>

Ces lois étant valides pour une interaction newtonienne attractive en système lié, elles peuvent aussi se généraliser au cas d'une interaction électrostatique, pourvu d'adapter la troisième loi, puisque l'interaction fait alors jouer les charges électriques des deux corps en interaction.