MACHINES THERMIQUES (corrigés)

Fluides en écoulement :

1. Ecoulement d'un fluide dans une tuyère convergente.

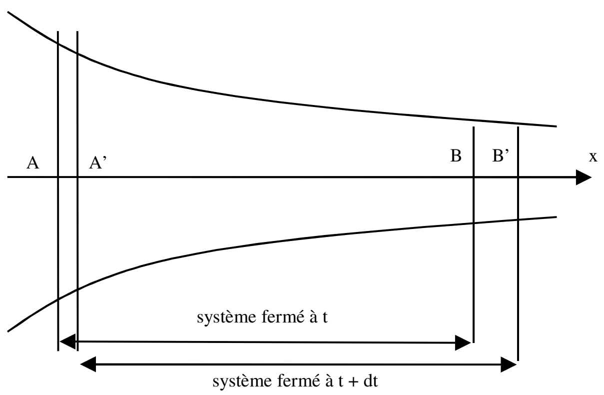
On peut appliquer comme un résultat du cours la relation :

$$\Delta_e^s\left(h + e_c + e_p\right) = w_u + q \quad (1) \qquad \text{en grandeurs massiques}$$

qui serait vraisemblablement fournie dans un sujet.

Dans la situation étudiée, l'énergie potentielle (de pesanteur) n'est pasà considérer puisque l'écoulement resteà altitude constante.
L'énergie cinétique massique sera d'expression $e_c = w^2/2$ (où la vitesse, ici notée w,prendra les valeur w_o en entrée et w_x en sortie).
$w_u = 0$: pas de travail massique utile puisqu'il n'y a pas d'organe mécanique dans la tuyère.

Pour établir la relation (1), on peut procéder au bilan suivant :



Système : {tranche de fluide en déplacement} (système fermé).

La tranche AA' est située à l'abscisse 0 (à dx près) tandis que la tranche BB' est à l'abscisse x, à dx' près.

Le régime étant stationnaire, la tranche A'B (système ouvert fixe) doit contenir à tout instant la même quantité de matière. Pendant dt, une masse δm va traverser la section positionnée en A' et une masse δm identique va faire de même en la position B.

La quantité δm de masse de matière dans la tranche d'entrée AA' doit donc être égale à celle contenue dans la tranche de sortie BB'.

Bilan énergétique (1° principe) écrit pour le système fermé, entre t et t + dt.

$$dU + dE_c = \delta W + \delta Q$$

avec $dU = U_{(A'B')}(t + dt) - U_{(AB)}(t)$
soit : $dU = \delta m.u(x) + U_{(A'B)}(t + dt) - U_{(A'B)}(t) - \delta m.u(0)$ en notant u(x) l'énergie interne massique du fluide à l'abscisse x.
Du fait du régime stationnaire : $U_{(A'B)}(t + dt) = U_{(A'B)}(t)$

$$\text{donc : } dU = \delta m.[u(x) - u(0)]$$

Le raisonnement est identique pour l'énergie cinétique :
soit : $dE_c = \delta m.e_c(x) + E_{c(A'B)}(t + dt) - E_{c(A'B)}(t) - \delta m.e_c(0)$

en notant $e_c(x) = (1/2).\ w(x)^2$ l'énergie cinétique massique du fluide à l'abscisse x, w(x) étant la vitesse du fluide à cette abscisse.

Du fait du régime stationnaire : $E_{c(A'B)}(t + dt) = E_{c(A'B)}(t)$

$$\text{donc : } dE_c = \delta m.[e_c(x) - e_c(0)]$$

Le travail reçu par le fluide est $\delta W = \delta W_{amont} + \delta W_{aval} = P(0).v(0).\delta m - P(x).v(x).\delta m$ où v(x) est le volume massique du fluide en l'abscisse x.

Le transfert thermique reçu est d'après l'énoncé : $\delta Q = q(x).\delta m$ dans la tuyère, entre les abscisses 0 et x, sur une durée dt où la masse δm traverse la tuyère.

Il vient donc : $\delta m.[u(x) - u(0)] + \delta m.[e_c(x) - e_c(0)] = P(0).v(0).\delta m - P(x).v(x).\delta m + q(x).\delta m$

En simplifiant par δm (on aurait pu tout aussi bien raisonner sur une masse-unité) et en rassemblant les termes, on fait apparaître l'enthalpie massique $h(x) = u(x) + P(x).v(x)$
soit donc : $[h(x) - h(0)] + [e_c(x) - e_c(0)] = q(x)$

soit : $[h(x) + w(x)^2/2] + [h(0) + w(0)^2/2] = q(x)$

b) Le phénomène est supposé adiabatique : q(x) = 0.

Ayant un gaz parfait, il suit la seconde loi de Joule : $\Delta h = c_p.\Delta T$ (ici cp est constant car γ = cste) soit :

$$h(x) - h(0) = \frac{\gamma R/M}{\gamma - 1}(T(x) - T_o)$$

T(x) n'est pas donnée, mais les conditions d'application de la loi de Laplace sont réunies (adiabatique, gaz parfait, réversible, γ constant). En employant la forme : $P^{1-\gamma}.T^{\gamma} = Cste$ on tire :

$$T(x) = T(0)\left(\frac{P(0)}{P(x)}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T(0)(\psi)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{où} \quad \psi = \frac{P(x)}{P(0)} \quad \text{avec } P(x) = P_1.$$

En reprenant le bilan établi en a) :

$$\frac{1}{2}w(x)^2 = \frac{1}{2}w(0)^2 - h(x) + h(0) = \frac{1}{2}w(0)^2 + \frac{\gamma R/M}{\gamma - 1}T(0)\left(1 - \psi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$$

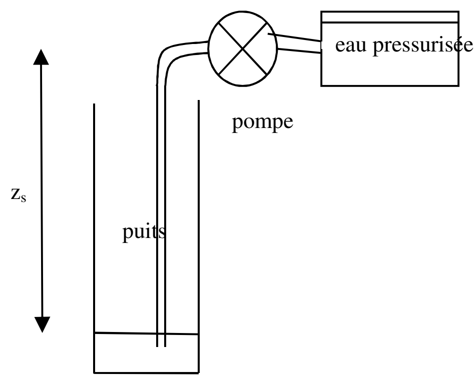
dont on tire finalement :

$$w(x) = \sqrt{\frac{2}{M}\frac{\gamma R}{\gamma - 1}T(0)\left(1 - \psi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} \quad \text{en considérant que } w(0) \approx 0.$$

AN : $T_1 = 1220$ K ≈ 950 °C , $w_1 = 400$ m/s ≈ 1400 $km.h^{-1}$.

2. Puissance d'une pompe :

La pompe a un débit massique D_m constant. On est en régime stationnaire. La dénivellation subie par le fluide pompé est de z_s. En négligeant toute viscosité, $dh = (1/\rho).dP$ (pour 1 kilogramme de fluide).



Faisons un bilan énergétique entre entrée et sortie, sur une durée dt. Le volume de contrôle contient l'ensemble du fluide situé dans la pompe et dans les tubes de connection. La face d'entrée est située au point bas et la face de sortie est située en sortie de pompe, à l'entrée du réservoir pressurisé.

Etant en régime stationnaire, l'énergie totale contenue dans le volume de contrôle ne varie pas dans le temps.
Il n'y aura ni accumulation ni déficit de matière dans ce volume de contrôle, donc la quantité de masse $dm = D_m dt$ contenue dans la tranche d'entrée est identique à celle dans la tranche de sortie.
L'eau étant immobile dans le puits et dans le réservoir, l'énergie cinétique n'interviendra pas.

Notons en minuscules les quantités massiques.
Le premier principe donne : $D_m.dt.g(z_s - z_e) + D_m.dt.(u_s - u_e) = \delta W + \delta Q + \delta W'$
(avec ici $z_e = 0$)
Le sujet ne mentionne aucun transfert thermique : $\delta Q \approx 0$
δW représente les travaux des forces pressantes : $\delta W = (P_e.v_e - P_s v_s).D_m.dt$
$\delta W'$ est le travail apporté par la pompe sur la durée dt : $\delta W' = P_f.dt$

Il vient : $D_m.gz_s + D_m.[(u_s + P_s v_s) - (u_e + P_e v_e)] = P_f$ soit : $D_m.gz_s + D_m.[(h_s) - (h_e)]$

avec $h_s - h_e = \int_e^s dh = \int_e^s \frac{1}{\rho} dP = \frac{P_s - P_e}{\rho}$ car ρ = cste.

D'où finalement : $P_f = D_m\left(gh + \frac{P_1 - P_o}{\rho}\right)$

b) Le terme de dissipation d'énergie dû à la viscosité est de forme $K.D_m/\rho$, par unité de masse transvasée. Le bilan de puissance mettant en jeu des énergies par unité de temps, il correspond au transfert d'une masse D_m. Le terme de puissance dissipée par viscosité est donc $K.D_m^2/\rho$. Ce terme doit être apporté en sus par la puissance de la pompe. Donc finalement :
$$P_f = D_m\left(gh + \frac{P_1 - P_o}{\rho}\right) + \frac{KD_m^{\;2}}{\rho}$$

3. Réfrigérant :

La mise en équation se fait pour chacun des deux fluides (air et eau) en considérant une tranche de fluide entrée-sortie en déplacement (système fermé). Le volume de contrôle est délimité par l'échangeur thermique.
Les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle sont négligeables. (le sujet ne donne d'ailleurs aucune information pour les préciser…).
Le régime étant supposé stationnaire, une même quantité de masse est contenue dans les tranches d'entrée et de sortie : $dm_e = dm_s = dm = D_m.dt$ en raisonnant sur une durée dt, avec un débit massique D_m.

Pour chacun des fluides le bilan énergétique s'écrira :
$$dU = \delta Q + \delta W_e + \delta W_s \quad \text{sur une durée dt.}$$

Notons les grandeurs massiques en minuscules.
δW_e étant le travail des forces pressante en entrée : $\delta W_e = P_e v_e.D_m.dt$
δW_s étant le travail des forces pressante en entrée : $\delta W_s = -P_s v_s.D_m.dt$

Comme le régime est stationnaire, le volume de contrôle contient une quantité d'énergie interne identique à tout instant.
Donc : $dU = dm_s.u_s - dm_e.u_e = D_m.dt.(u_s - u_e)$
On a donc pour chaque fluide : $D_m.dt.(u_s + P_s v_s - u_e - P_e v_e) = \delta Q$
En sommant les contributions pour l'eau et pour l'air, Le système étant thermiquement isolé : $\delta Q_{eau} + \delta Q_{air} = 0$ (l'échange thermique ne se fait qu'entre l'air et l'eau dans l'échangeur) :

$D_m.dt.(h_s - h_e)_{air} + D_m.dt.(h_s - h_e)_{eau} = 0$

soit : $D_{mair}.c_p\ (T_o - T_1)_{air} + d.c.(\theta_s - \theta_e)_{eau} = 0$
d'où finalement : $\theta_s = \theta_e + D_{mair}.c_p.(T_1 - T_o)\ /(d.c)$

AN : $\theta_s = 15{,}1$ °C avec $c_p = \dfrac{\gamma R \dfrac{1}{M_{air}}}{\gamma - 1}$

Machines thermiques :

1. Pompe à chaleur :

a) système = {appartement} ; évolution isobare : $\delta Q_p = dH$ avec $\delta Q_p = -\delta Q = -a.C(T - T_o).dt$.
La variation d'enthalpie de l'appartment est liée à sa variation de température : dH = C.dT.
D'où le bilan bilan thermique sur dt : $CdT + aC(T - T_o)dt = 0$.
par intégration sur une durée Δt : $\ln(T_2 - T_o) - \ln(T_1 - T_o) = -a.\Delta t$

soit : $\frac{1}{\Delta t}\ln\frac{(T_1 - T_o)}{(T_2 - T_o)} = a.$ AN : a = 9,63.10-5 s-1.

b) Par définition, l'efficacité réelle : $e_{réelle} = P_{th}/P$ où P_{th} est la puissance thermique apportée par la pompe à chaleur et P la puissance mécanique qu'il faut lui fournir pour son fonctionnement.
Pour maintenir la température de l'appartement à T_1 il faut compenser les pertes thermiques, donc $P_{th} = a.C.(T_1 - T_o)$. Il faut donc pour cela fournir à la pompe : $P = P_{th}/e_{réelle}$.
Or $e_{réelle} = 0{,}4.e_{rév}$.
$e_{rév}$ se calcule à partir des deux principes de la thermodynamique, dans l'hypothèse d'un fonctionnement réversible de la machine cyclique : $W + Q_f + Q_c = 0$

et $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} = 0$ ce qui peut s'écrire en therme de puissances, en notant respectivement P_f et $P_c = -P_{th}$ les puissances thermiques reçues par la machine de la source froide (de température T_f) et de la source chaude (de température T_c).

Soit : $P + P_f + P_c = 0$ et $\frac{P_f}{T_f} + \frac{P_c}{T_c} = 0$

En éliminant P_f entre ces deux équations on tire : $e_{rév} = \frac{P_{th}}{P} = \frac{-P_c}{P} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$

D'où finalement : $P = \frac{(T_c - T_f)aC(T_1 - T_o)}{0{,}4.T_c}$ AN : P = 830 W.

2. Perte d'efficacité d'un congélateur par givrage.

a) En appliquant le premier principe et leseond principe pour un cycle réversible(voir cours) et en définissant $e = Q_{fr} / W$, on aboutit à : $e_{rév} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}} = 6{,}5$ donc α = 0,31.
b) Par le premier principe : $W = -(Q_{fr} + Q_{ch})$ ce qui amène :

$$\frac{1}{e} = -\left(1 + \frac{Q_{ch}}{Q_{fr}}\right)$$

Le second principe pour un cycle impose ΔS = 0 et donc $S_c = -S_e$ ce qui pour cette machine cyclique donne :

$$S_c = -S_e = -\left(\frac{Q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{Q_{fr}}{T_{fr}}\right)$$

donc :

$$S_c.\frac{T_{ch}}{Q_{fr}} = -\left(\frac{Q_{ch}}{Q_{fr}} + \frac{T_{ch}}{T_{fr}}\right)$$

ce qui conduit à :

$$\frac{Q_{ch}}{Q_{fr}} = -S_c.\frac{T_{ch}}{Q_{fr}} - \frac{T_{ch}}{T_{fr}}$$

soit :

$$\frac{1}{e} = -\left(1 + \frac{Q_{ch}}{Q_{fr}}\right) = S_c.\frac{T_{ch}}{Q_{fr}} + \frac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1$$

Par l'expression de l'efficacité réversible établie en a) :

$$\frac{1}{e_{rév}} = \frac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1$$

On en déduit immédiatement :

$$\frac{1}{e} - \frac{1}{e_{rév}} = S_c.\frac{T_{ch}}{Q_{fr}}$$

La non réversibilité de la machine, c'est à dire la création d'entropie durant ses cycles de fonctionnement amène une diminution de l'efficacité.

c) En présence de givrage, le doublement de la création d'entropie se traduit par :

$$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e_{rév}} = 2.S_c.\frac{T_{ch}}{Q_{fr}}$$

soit :

$$\frac{1}{e'} - \frac{1}{e_{rév}} = 2\left(\frac{1}{e} - \frac{1}{e_{rév}}\right)$$

ce qui conduit après calcul à :

$$e' = \frac{e.e_{rév}}{2e_{rév} - e}$$

d'oùun rapport $\alpha = e' / e_{rév}$ qui vaut :

$$\alpha' = \frac{e}{2e_{rév} - e} = \frac{\alpha}{2 - \alpha}$$

d) $\alpha' = 0{,}18$ et $e' = 1{,}2$. Pour une même puissance frigorifique, la puissance consommée sera $P_c' = (e/e').P_c = 1{,}67.P_c$: elle est augmentée de 67%. Il est donc conseillé de régulièrement dégivrer son congélateur.

3. Elévation de la température d'un fleuve par une centrale :

Puissance fournie par la centrale : 1000 MW = 1 GW.

La centrale répond au graphe énergétique d'un moteur, pour lequel la source froide est le fleuve (T_2 = 300 K) et la source chaude est le circuit primaire (T_1 = 700 K).

Cherchons la puissance thermique cédée au fleuve : $P_{th} = |P_2|$ ($P_2 < 0$).

Par définition du rendement : $\rho = P_u / P_1$

Or on affirme : $\rho = 0{,}6.\rho_{rév}$ où d'après le théorème de Carnot : $\rho_{rév} = 1 - (T_2/T_1)$

Le premier principe, écrit en puissances donne : $P_1 + P_2 + P_u = 0$ car le processus est cyclique, donc l'énergie interne de la machine ne doit pas varier.

On a donc : $P_2 = P_u - P_1$ soit $P_2 = P_u - P_u/\rho$

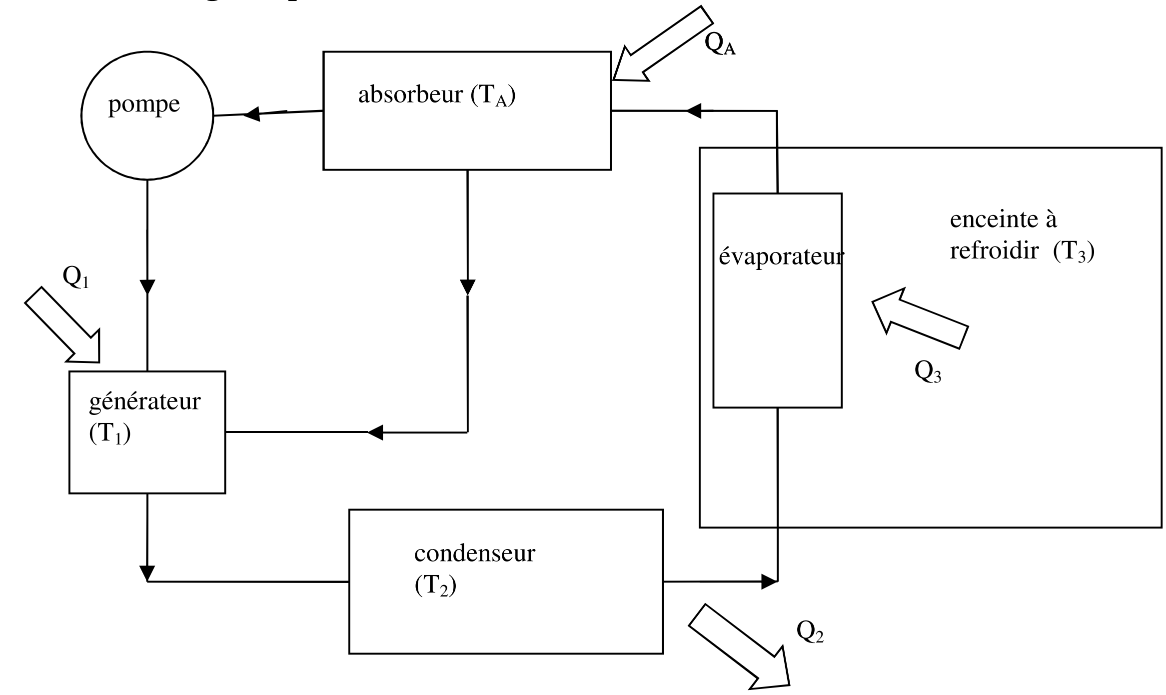
Finalement : $P_2 = P_u\left(1 - \dfrac{1}{0{,}6\left(1 - \dfrac{T_f}{T_c}\right)}\right)$ ($P_2 < 0$).

En raisonnant sur une durée Δt, l'énergie cédée au fleuve : $|P_2|.\Delta t$ va servir à échauffer une quantité d'eau exprimée à partir de son débit-volume D_V = 400 $m^3.s^{-1}$ et de la masse volumique de l'eau $\mu = 1{,}00.10^3$ $kg.m^{-3}$ (quantité d'eau entrant ou sortant pendant Δt) .

D'où le bilan énergétique : $|P_2|.\Delta t = \mu.D_V.c.\Delta t.\Delta T$ où ΔT est la variation de température.

D'où $\Delta T = |P_2| / (\mu.D_V.c)$ AN : ΔT = 1,1 K.

4. Machine frigorifique à absorbtion :



a) b) L'intérêt du réfrigérateur est d'extraire Q_3 de l'enceinte à refroidir . Il consomme Q_1 au niveau du générateur. Son efficacité est : $\eta = Q_3 / Q_1$.

1° principe (machine cyclique) : $Q_1 + Q_2 + Q_A + Q_3 = 0$ (1) ;

2° principe : $(Q_1 / T_1) + ((Q_2 + Q_A) / T_2) + (Q_3 / T_3) = 0$ (2) en supposant le fonctionnement réversible.

D'après (1) : $Q_2 + Q_A = -(Q_1 + Q_3)$ soit en injectant dans (2) : $\dfrac{Q_1 + Q_3}{T_2} = \dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_3}{T_3}$

On tire : $\eta = Q_3 / Q_1 = \dfrac{T_3}{T_1} + \dfrac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3}$ d'où $\eta = Q_3 / Q_1 = 1{,}8$.

Avec le second système, c'est-à-dire une machine à compresseur, $\eta = Q_3 / W$

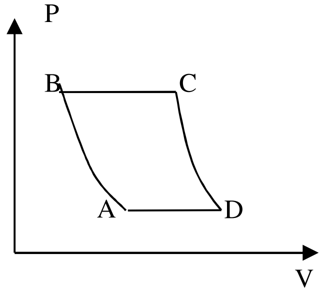
1° principe (machine cyclique) : $W + Q_2 + Q_3 = 0$ (1) ;

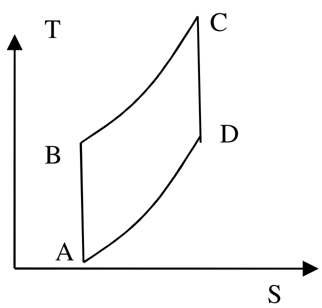
2° principe : $(Q_2 / T_2) + (Q_3 / T_3) = 0$ (2) en supposant le fonctionnement réversible.

On en tire : $\eta = \dfrac{T_3}{T_2 - T_3}$ AN : $\eta = 8{,}9$. Système plus avantageux, malgré la présence de pièces mécaniques. (W : travail fourni par le compresseur).

c) $Q_1 = m_{but}.\Delta H_{comb}$; $Q_3 = \eta_{réel}.Q_1$; masse d'eau congelée : m = 2100 kg.

5. Rendement d'une turbine à gaz :





1) A→B et C→D sont adiabatiques et réversibles, donc isentropiques.
B→C et D→A sont isobares.

D'après le formulaire sur les variations d'entropie d'un gaz parfait :
$\Delta S = C_p.\Delta(\ln T) - nR.\Delta(\ln P)$ et en écrivant le long de l'isobare dP = 0,
on aura $\Delta S = C_p.\Delta(\ln T)$.

Soit entre les états (T_o, S_o) et (T,S) : $S - S_o = C_p.\ln(T/T_o)$
d'où en passant à l'exponentielle : $T(S) = T_o\exp((S-S_o)/C_p)$

2) a) Turbine à gaz : même graphe énergétique qu'un moteur. rendement : $r = -W/Q_c$ avec ici $Q_c = Q_{BC}$.
Par le premier principe, pour un processus cyclique : $-W = Q_{BC} + Q_{DA}$
avec : $Q_{BC} = C_p.(T_C - T_B)$ et $Q_{DA} = C_p.(T_A - T_D)$.
D'où : r = $r = 1 + \dfrac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$.
b) Loi de Laplace le long des isentropiques AB et CD, pour ce gaz parfait.
On tire : $T_4 = T_3\left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ et $T_2 = T_1\left(\dfrac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

Après simplifications : $r = 1 - \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1 - x^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$
3) a) $y = T_3/T_1$ est imposé. $-W = Q_{BC}.r$ avec $Q_{BC} = C_p.(T_C - T_B) = C_p.(T_3 - T_2)$ où
$T_3 = y.T_1$ et $T_2 = T_1\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1(x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1x^{\alpha}$ en posant : $\alpha = (\gamma - 1)/\gamma$.
On calcule alors : $-W = C_pT_1(y - x^{\alpha}).(1 - x^{-\alpha}) = C_pT_1(y - x^{\alpha} - y.\,x^{-\alpha} + 1)$.
On cherche x_{max} tel que $-W$ soit maximal. Soit x_{max} tel que $d(-W)/dx = 0$
La solution est $x_{max} = y^{1/2\alpha}$ qui conduit après calculs à $-W_{max} = \dfrac{\gamma nRT_1}{\gamma-1}\left(1 + \dfrac{T_3}{T_1} - 2\sqrt{\dfrac{T_3}{T_1}}\right)$

6. Centrale nucléaire, diagramme de Mollier :

1) Par le modèle du fluide incompressible, puisque les états de référence et E et F sont à l'état liquide : $h_E = c_l.(T_E - T_o)$; $h_F = c_l.(T_F - T_o)$; $s_E = c_l.\ln(T_E/T_o)$; $s_F = c_l.\ln(T_F/T_o)$.

2) Identifier sur le diagramme de Mollier es courbes isobares, les courbes isochores, les courbes isothermes, et les courbes isotitre ; l'isotitre x = 1 correspond à la courbe de rosée (limite de saturation).

Sous la courbe de saturation, remarquons que les isobares et les isothermes sont confondues.

On lira les valeurs au besoin par interpolation linéaire. Quelques indications pour situer les points :

Le point A est situé sur le diagramme par sa température (287°C) et son titre.
La transformation A→B est adiabatique et réversible donc isentropique.
La transformation B→C est isobare, et mène à une températre de 270°C.
La transformation C→D est adiabatique et réversible donc isentropique.

Les points E et F, situés sur la courbe d'ébullition (x = 0) n'apparaissent pas dans le diagramme.

état	P (bar)	θ (°C)	x	h ($kJ.kg^{-1}$)	s($kJ.kg^{-1}.K^{-1}$)
A	70	287	1	2770	5,8
B	10	180	0.83	2430	5,8
C	10	270	1 (vap sèche)	2980	7,0
D	0,05	35	0.83	2140	7,0
E	0,05	35	0	150	0,5
F	70	287	0	1200	3,0

3) Les transferts thermiques isobares correspondent aux variations d'enthalpie.

En écrivant le premier principe pour ce processus cyclique, on tire :
$W_1 = Q_{BC} + Q_{DE} + Q_{EF} + Q_{FA}$ en notant que $Q_{AB} = Q_{CD} = 0$ (adiabatiques).
$Q_{EF} = c_l.(T_F - T_E)$ en utilisant le modèle du fluide incompressible.
AN : $W_1 = 1180\ kJ.kg^{-1}$.
L'énergie fournie par la source chaude est : $Q_1 = Q_{EF} + Q_{FA} + Q_{BC}$.
AN : $Q_1 = 3170\ kJ.kg^{-1}$
Le rendement vaut : $\rho = W_1/Q_1 = 0{,}37$.

4) En faisant un bilan énergétique sur chacune des turbines (prendre un volume de contrôle et des tranches d'entrée et de sortie contenant 1 kg de fluide), on établit : $w_u = \Delta h$ pour chacune d'elle. (voir cours sur les systèmes ouverts).
Soit pour l'ensemble : $W_u = (h_B - h_A) + (h_D - h_C)$
On obtient : $W_u = 1180\ kJ.kg^{-1} = W_1$.

5) On veut $P_u = 1300$ MW. Le travail massique est $W_u = 1180\ kJ.kg^{-1} = W_1$.
La relation entre puissance et travail massique fait intervenir le débit massique du fluide D_m selon : $P_u = D_m.W_u$
D'où : $D_m = P_u/W_u$ AN : $D_m = 1100\ kg.s^{-1}$.