

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Un peu de méthode ! Quelques conseils à suivre afin d'aborder les exercices de façon constructive.

- 1) Avant de s'engager sur ces exercices, le préliminaire nécessaire est une bonne acquisition du cours :
 - Avoir appris les définitions essentielles,
 - Savoir utiliser les relations de conjugaison et les expressions des grandissements, selon Newton et selon Descartes.
 - Maîtriser le tracé des rayons lumineux pour toutes situations.
- 2) Les grandeurs intervenant en optique géométrique sont algébriques : attention aux signes !
- 3) Les exercices proposés sont souvent constitués d'une application directe du cours. Néanmoins, la représentation du problème posé, la traduction de la question en un processus de résolution demandera parfois un peu de réflexion préalable. La représentation graphique est une aide précieuse, il faut la tracer soigneusement.
- 4) Au niveau Sup/Spé, les systèmes centrés constitués d'une association de plusieurs lentilles ou miroirs ne seront abordés qu'en les décomposant. Ainsi, un problème faisant intervenir par exemple deux lentilles L_1 et L_2 sera résumé par le diagramme : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A_2$. Le tracé des images intermédiaire (A_1) puis définitive (A_2) se fera pas à pas, c'est à dire que le problème peut être scindé en deux conjugaisons : $A \xrightarrow{L_1} A_1$ d'une part et $A_1 \xrightarrow{L_2} A_2$ d'autre part. Les relations de conjugaisons s'appliqueront de même respectivement sur L_1 pour déterminer A_1 à partir de A puis sur L_2 pour déterminer A_2 à partir de A_1 .
- 5) Attention néanmoins au sens de parcours de la lumière dans les lentilles (voir exercice sur l'auto-collimation)

RELATION DE DESCARTES ; REFRACTION LIMITE.

1. Miroir de Pogendorf :

- 1) Un miroir est éclairé par un faisceau parallèle très fin selon un angle d'incidence i_0 . Quel sera le déplacement angulaire subi par le rayon réfléchi quand le miroir tourne d'un petit angle α ? (Justifier).
- 2) Pour mesurer de façon précise une déviation angulaire, on emploie le dispositif précédent en récupérant la tache-image du faisceau réfléchi sur un écran situé à une distance $D = 4,0$ m du miroir. On mesure un déplacement de 1,0 cm sur l'écran.

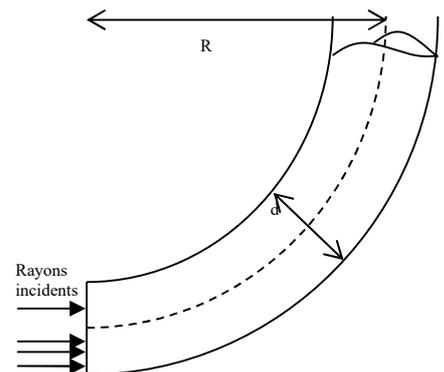
Quel a été le déplacement angulaire subi par le miroir ? Donner sa valeur en radian, en degré et en minute d'angle.

R : 1) par les lois de réflexion, l'angle entre rayon incident et rayon réfléchi sera de $2i_0$. Si l'orientation du miroir est modifiée de α , cet angle devient $2(i_0 + \alpha)$. Donc un déplacement angulaire 2α . 2) $\alpha = d/(2D) = 0,070^\circ = 4,2'$.

2. Courbure d'une fibre optique :

Une fibre optique est constituée d'une âme en verre d'indice $n_1 = 1,447$ de diamètre $d = 0,05$ mm, entourée d'une gaine en verre d'indice $n_2 = 1,443$.

On courbe la fibre comme indiqué sur la figure ci-contre. L'entrée de la fibre est éclairée en incidence normale, c'est-à-dire par un faisceau parallèle d'axe orthogonal à sa face d'entrée. Quel est le rayon de courbure minimal pour lequel toute la lumière incidente est conduite par la fibre ?



R : indication : le rayon situé du côté intérieur de la courbure va présenter le plus faible angle d'incidence par rapport à la normale du dioptré cœur/gaine. Il reste à écrire la condition de réflexion totale pour ce rayon, à expliciter en fonction des données géométriques du problème.

LENTILLES MINCES Systèmes optiques à lentille unique.

3. Grossissement commercial d'une loupe.

Par définition, le diamètre apparent d'un objet est l'angle sous lequel on le voit.

1. Calculer le diamètre apparent θ (en $^\circ$) d'un timbre de taille $L = 30$ mm observé à l'œil nu, à $d = 250$ mm de distance.

2. On observe maintenant ce timbre à travers une loupe de distance focale $f' = +100$ mm. Le timbre est situé dans le plan focal objet de la loupe. Déterminer les caractéristiques de l'image du timbre (faire un schéma à l'échelle 1/2).

Calculer le diamètre apparent θ' de l'image vue à travers la loupe.

3. Le grossissement commercial d'une loupe est par définition : $G = \theta'/\theta$. Montrer que : $G = d/f'$ où d est la distance optimale d'observation d'une image par l'oeil ($d = 0,25$ m) et f' la distance focale de la loupe (en m). A.N. Calculer le grossissement commercial de la loupe.

4. Montrer qu'une loupe est nécessairement une lentille de type convergente dont la vergence est au moins de $+4 \delta$ ($\delta = \text{dioptries} = \text{m}^{-1}$).

5. L'oeil pouvant accommoder entre 25 cm et l'infini, déterminer l'intervalle des positions d'objets observables à travers la loupe, en plaçant l'oeil dans son plan focal image. Cet intervalle correspond à la profondeur de champ.

R : 1) $\theta = 6,8^\circ$; 2) $\theta' = 16,7^\circ$; 3) $G = \theta'/\theta \approx \tan\theta'/\tan\theta = d/f'$; $G = 2,5$; 4) grossissement pour $G > 1$;

5) Image à l'infini : voir (2). Image formée à 25 cm de l'oeil : $\overline{OA'} = -(25 - 10) = -15$ cm, d'où par conjugaison : $\overline{OA} = -6$ cm. Profondeur de champ de 4 cm.

4. Montage $4f'$ d'une lentille mince convergente :

Un objet AB est situé à une distance $2f'$ en avant d'une lentille mince convergente de distance focale image f' . Où se trouve l'image A'B' ? Quel est le grandissement ?

R : $\overline{AB} = -2.f'$ amène : $\overline{A'B'} = 2.f'$ (donc $AA' = 4f'$, d'où la dénomination de cette situation typique) $\gamma = -1$.

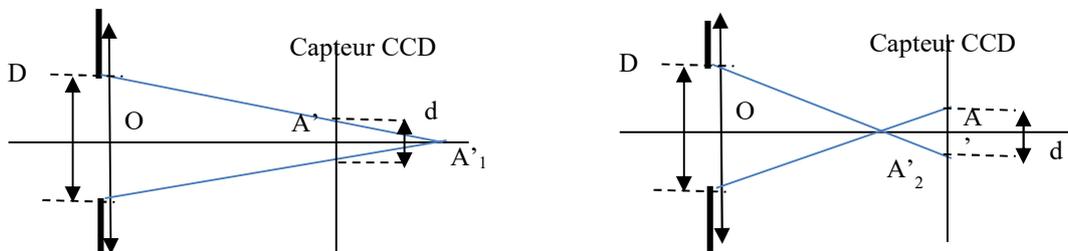
5. Profondeur de champ sur une prise de vue photographique.

On souhaite déterminer l'intervalle des positions pour lesquelles l'image sera nette, nommée profondeur de champ. L'appareil, de focale $f' = 200,0$ mm, est mis au point sur le sujet.

N.B. : Les applications numériques de cette question seront menées avec 4 chiffres significatifs.

a) Déterminer la position A'_1 de l'image géométrique d'un point objet située de façon à ce que le faisceau convergent en A'_1 ait un diamètre égal à d au niveau du capteur CCD, A'_1 étant située après le plan du capteur. La position de A'_1 sera calculée par rapport à A' , position de l'image d'un point A situé à exactement 5,0 m de l'objectif.

On donne le diamètre du diaphragme limitant le faisceau au niveau de l'objectif : $D = 20$ mm. Calculer numériquement OA'_1 pour $d = 20 \mu\text{m}$, correspondant au diamètre d'une tache recouvrant deux pixels environ.



b) En déduire la position du point objet A_1 dont A'_1 est l'image par rapport au centre optique O de la lentille.

c) Mêmes questions dans le cas d'une image A'_2 située en amont du capteur CCD.

d) En déduire la profondeur de champ A_1A_2 pour cette prise de vue. Expliquer la signification de ce résultat.

6. Méthode d'auto-collimation :

On étudie ici une situation permettant la mesure de la focale d'une lentille convergente.

On accole une lentille mince convergente de distance focale f' et un miroir plan. On éclaire ce dispositif au moyen d'un petit objet lumineux. La lumière issue de l'objet va alors traverser la lentille, se réfléchir sur le miroir, puis traverser à nouveau la lentille en sens inverse.

Quelle est la position de l'objet lorsque l'image finale se forme dans le plan de l'objet ? La déterminer par le calcul, puis faire la construction.

R : Ecrire les relations de conjugaison. Attention à l'écriture de la relation de conjugaison pour la deuxième traversée de la lentille (la focale est algébrique). $\overline{OA} = -f'$; l'objet est dans le plan focal.

LENTILLES MINCES Systèmes optiques à plusieurs lentilles.**7. Doublet afocal :**

Une lentille convergente de 0,3 m de distance focale et une lentille divergente de 0,1 m de distance focale sont distantes de d . Comment choisir d pour qu'un faisceau incident parallèle donne un faisceau émergent de rayons parallèles ? Proposer des situations concrètes employant ce type de disposition.

R : Prendre $d = 0,2$ m (le foyer du doublet est alors renvoyé à l'infini). Concrètement, on trouvera ce type de dispositif dans les systèmes de visée à l'infini : lunette astronomique, lunette d'un goniomètre (voir TP).

8. Foyers d'un doublet :

Un doublet est formé d'une lentille L_1 convergente de distance focale 15 cm et d'une lentille L_2 convergente de distance focale 10 cm, les centres optiques des deux lentilles étant distants de 5 cm.

Déterminer les positions des foyers du doublet par construction et par le calcul.

R : F' conj. de F'_1 par L_2 . F conj. de F_2 par L_1 . Par les formules de Newton : $\overline{F'_2 F'} = -5\text{cm}$ et $\overline{F_1 F} = +11,25\text{cm}$

9. Elargisseur de faisceau.

Il est utilisé dans certains montages pour élargir le faisceau d'un Laser afin d'éclairer une surface de taille suffisante. On dispose d'une lentille de focale très courte $f' = 0,5$ cm, placée en entrée du montage. Comment disposer la seconde lentille et quelle valeur de focale f_2 choisir pour obtenir en sortie un faisceau de diamètre $D = 2,0$ cm alors qu'en entrée le faisceau Laser incident a un diamètre $d = 1,0$ mm ?

10. Lunette de Galilée :

Une lunette de Galilée est constituée d'une première lentille mince convergente (L_1) de distance focale $f'_1 = 0,3$ m (objectif) et d'une seconde lentille mince divergente (L_2) de distance focale $f'_2 = -0,12$ m (oculaire).

- 1) On souhaite observer un objet très éloigné, sans effort d'accommodation de l'œil. Comment doit-on disposer les deux lentilles ? L'objet éloigné est vu sous un angle α à l'œil nu. Il est observé sous un angle α' dans la lunette. Déterminer le grossissement $G = \alpha' / \alpha$
- 2) Au moyen de cette lunette, on veut projeter l'image sur un écran d'un objet très éloigné vu sous le diamètre apparent 1° . Pour ce, on dérègle un peu la lunette : les lentilles sont maintenant distantes de 0,22 m. Déterminer les caractéristiques de l'image projetée finalement.

R : 1) il faut régler la lunette en système afocal : F'_1 doit se trouver en F_2 , donc $d = \overline{O_1 O_2} = 0,18\text{m}$

$G = -f'_1 / f'_2$. 2) Image réelle, renversée. $\infty \rightarrow A_1 B_1 \rightarrow A' B'$. $A_1 = F'_1$, donc $F'_1 \rightarrow A'$, par la relation de conjugaison :

$$\overline{O_2 A'} = \frac{f'_2 \cdot (f'_1 - d)}{f'_1 + f'_2 - d} \text{ et par la relation de grandissement : } \overline{A' B'} = \frac{\alpha \cdot f'_2 \cdot f'_1}{f'_1 + f'_2 - d}$$

; $\overline{O_2 A'} = 0,24\text{m}$; $\overline{A' B'} = 1,6\text{cm}$

11. Téléobjectif :

Un téléobjectif d'appareil photographique est constitué d'une lentille convergente (L_1) de distance focale $f'_1 = 0,06$ m et d'une lentille divergente (L_2) de distance focale $f'_2 = -0,08$ m.

Les centres optiques des deux lentilles sont distants de $d = \overline{O_1 O_2} = 0,02$ m.

- 1) Pour la prise de vues concernant des objets très éloignés, Le capteur CCD destiné à l'enregistrement électronique des images est placé dans le plan focal image du téléobjectif. Préciser la position de ce plan focal en fonction de la distance d et des focales f'_1 et f'_2 . Evaluer numériquement la distance entre la face d'entrée du téléobjectif et la position du capteur.
- 2) Construire l'image d'un objet très éloigné vu sous un angle α . On fera un tracé à l'échelle, en prenant pour le tracé un angle α de l'ordre de 15° .
- 3) L'objet très éloigné est vu en fait sous un diamètre apparent de $1'$. Déterminer la grandeur de l'image. Quelle devrait être la focale d'une lentille unique qui mènerait à une image de même taille ?

R : 1) plan focal ; 2) F' conj. de F'_1 par L_2 . $\overline{O_1 F'} = +10\text{cm}$; 3) Construire l'image $A'B'$ à partir d'un rayon incident faisant un angle $\alpha = 1'$ (pour la construction : $\alpha = 30^\circ$).

Par une étude géométrique du schéma : $\overline{A'B'} = \frac{-f'_1 f'_2 \alpha}{f'_1 - d + f'_2}$ d'où : $A'B' = 3,5 \cdot 10^{-5}$. Focale équivalente : $f' = A'B'/\alpha = 12\text{ cm}$.

12. Viseur :

Un oculaire est formé d'un doublet de lentilles minces convergentes, de distances focales

$f'_1 = 6\text{ cm}$, $f'_2 = 6\text{ cm}$ distantes de $d = 4\text{ cm}$.

1) Déterminer les positions du foyer objet de ce doublet. Que dire de la position du foyer image de ce système ?

2) On adjoint à cet oculaire un objectif de distance focale $f' = 30\text{ cm}$ de manière à réaliser un viseur.

Entre quelles limites le tirage doit-il varier pour qu'un observateur voie nettement sans accommodation les objets situés entre 50 cm de l'objectif et l'infini (le tirage est la distance située entre le centre optique de l'objectif et le centre optique de la première lentille de l'oculaire).

R : 1) $\overline{F'_2 F'} = -4,5\text{cm}$ et $\overline{F_1 F'} = +4,5\text{cm}$ 2) sans accommodation : vision à l'infini, donc l'image donnée par l'objectif doit se former au foyer objet de l'oculaire. Le tirage devra varier de $31,5\text{ cm}$ à $76,5\text{ cm}$.

13. Appareil photographique, Macrophotographie :

1) Etude d'un objectif classique :

1°) Un objectif peut être modélisé par une lentille mince L_1 de distance focale $f'_1 = +75\text{ mm}$ de centre O_1 et de foyer image F'_1 .

Pour effectuer la mise au point, le photographe déplace l'objectif par rapport à la surface du capteur CCD (C).

Le mécanisme reliant l'objectif au boîtier de l'appareil limite le déplacement de l'objectif à quelques millimètres.

a) On souhaite photographier un objet AB très éloigné, A étant sur l'axe optique et B dans une direction faisant un angle α avec l'axe. A quelle distance du capteur (C) faudra-t-il placer la lentille L_1 ?

b) Construire l'image $A'B'$ de AB . La lumière incidente issue de A sera un faisceau parallèle à l'axe optique tandis que celle issue de B sera un faisceau parallèle incliné d'un angle α par rapport à cet axe. (On fera la construction avec une valeur de α très exagérée, pour avoir un schéma lisible : $\alpha \approx 20^\circ$).

c) Exprimer la grandeur $\overline{A'B'}$ en fonction des données.

d) L'objet AB est une tour de 60 m de hauteur située à 3 km de l'objectif. Calculer numériquement la taille de l'image $A'B'$.

e) Si le photographe souhaite avoir une image deux fois plus grande sur le capteur, par quelle lentille doit-il remplacer L_1 ?

2°) On définit le tirage de l'objectif comme étant la distance algébrique $\overline{F'_1 A'} = \tau'$ correspondant au mouvement relatif de l'objectif et du capteur CCD lors de la mise au point de l'appareil. Quelle est la valeur maximale τ'_{\max} prise par τ' si le réglage de l'objectif permet de mettre au point sur un objet situé à une distance de L_1 (lentille initiale de focale $f' = 75\text{ mm}$) comprise entre $1,40\text{ m}$ et l'infini ?

2) Objectif Macrophotographique :

1°) Reprenant le même objectif qu'en (I), on considère cette fois un objet AB de longueur

$1,0\text{ cm}$, situé à une distance $AO_1 = 35\text{ cm}$ devant l'objectif dans un plan perpendiculaire à l'axe optique. Peut-on photographier cet objet en ayant une image correcte ?

2°) On modélise l'objectif macro comme formé d'une association d'une lentille L_2 convergente de vergence 3 dioptries $C_2 = 3\text{ δ}$ (donc de focale $f'_3 = 33,3\text{ cm}$) et d'une lentille assimilable à L_1 . L_2 est placée à une distance fixée à $O_2 O_1 = 5\text{ cm}$ (L_2 est donc située entre l'objet à photographier et L_1).

a) Un objet AB est situé à $33,3\text{ cm}$ de L_2 . Où se forme son image $A'B'$ à travers L_2 ? Cette image intermédiaire est considérée comme un objet pour L_1 . Où l'image finale $A''B''$ se formera-t-elle ? Quelle est alors la valeur du tirage de l'objectif ?

b) Le tirage maximal τ'_{\max} restant inchangé, déterminer l'ensemble des points A de l'axe qui peuvent, après mise au point, être photographiés en donnant une image nette.

c) On veut photographier l'objet défini en (1°). La mise au point étant faite, calculer la grandeur $\overline{A'B'}$ de l'image sur le capteur (C).

d) Faire un schéma du système, qui sans respecter l'échelle, respecte la position relative des différents éléments de l'appareil photographique (positions des lentilles, des foyers) et de l'objet. Tracer deux rayons issus du point B et en déduire l'image B' sur le capteur (C).

